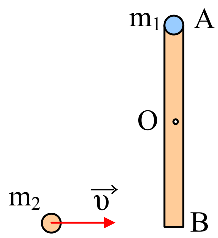
Διατήρηση ορμής και στροφορμής

Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα ΑΒ μήκους ; =4m και μάζας Μ=2,8kg, ενώ στο ένα της άκρο Α έχει στερεωθεί μια σημειακή μάζα m_1=0,1kg. Ένα βλήμα μάζας m_2=0,1kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=30m/s και σφηνώνεται στο άλλο άκρο Β της σανίδας. Να βρεθούν:



i) Η ταχύτητα του κέντρου Ο της σανίδας μετά την κρούση.

ii) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας σανίδας ως προς κάθετο σε αυτήν άξονα που περνά από το μέσον της Ι= 1/12 Μ·; ^{2}.

Απάντηση:

i) Επειδή η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα Σανίδα-σώματα m_1-m_2 είναι μηδενική, θα ισχύει για το σύστημα η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\mathbf{P}_{αρχ} = \mathbf{P}_{τελ} \text{ ή}$$

$$m_2 \cdot υ = (M+m_1+m_2) \cdot υ_κ \text{ ή}$$

$$υ_κ = 1m/s.$$

Η ταχύτητα που βρήκαμε είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος μετά την κρούση, που λόγω συμμετρίας είναι το μέσον Ο της σανίδας.

ii) Στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές ως προς τον άξονα περιστροφής, ο οποίος είναι ένας κατακόρυφος άξονας που περνά από το μέσον Ο της σανίδας. Συνεπώς ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής ως προς τον άξονα. Έτσι έχουμε:

$$m_2 υ \cdot (OB) = I_{ολ} \cdot ω_κ \text{ ή}$$

$$m_2 υ \cdot ;/2 = (1/12 \cdot M;^2 + m_1 ;^2/4 + m_2 ;^2/4) \cdot ω_κ \text{ ή}$$

$$6 m_2 υ ; = (M+6m_1) ;^2 \cdot ω_κ$$

Και με αντικατάσταση

$$ω_κ = 1{,}3 rad/s.$$

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης