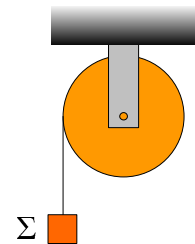


## Στροφορμή στερεού και συστήματος

Ο κύλινδρος του σχήματος έχει τυλιγμένο γύρω του ένα αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα μάζας  $\Sigma$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$ . Ο κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονά του που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεων. Σε μια στιγμή,  $t=0$ , αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί. Δίνονται: Η ακτίνα του κυλίνδρου  $R=0,4\text{m}$ , η μάζα του κυλίνδρου  $M=4\text{kg}$ , τριβές δεν υπάρχουν, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής  $I= \frac{1}{2} M \cdot R^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

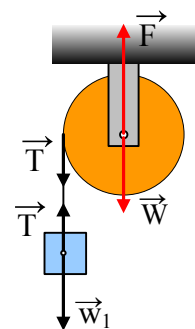


Να βρεθούν:

- i) Η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα  $\Sigma$ .
- ii) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στον κύλινδρο.
- iii) Για τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$  ζητούνται:
  - a) Η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.
  - b) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.
  - c) Ο ρυθμός μεταβολής της συνολικής στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου.

### Απάντηση:

Στο σώμα  $\Sigma$  ασκούνται το βάρος του  $w_1$  και η τάση του νήματος  $T$ . Αφού το νήμα είναι αβαρές το νήμα ασκεί και στον κύλινδρο δύναμη με μέτρο  $T$ . Στον κύλινδρο ασκούνται επίσης το βάρος του  $W$  και μια δύναμη  $F$  από τον άξονα, όπως στο σχήμα.



Για το σώμα  $\Sigma$  έχουμε:

$$w - T = m_1 a_1 \quad (1)$$

όπου  $a_1$  η επιτάχυνση του σώματος.

Για τον κύλινδρο:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \text{ή} \quad TR = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Κάθε σημείο όμως του νήματος έχει την ίδια επιτάχυνση, ίση με την επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma$ , συνεπώς τότε είναι και η επιτάχυνση ενός σημείου στην περιφέρεια του κυλίνδρου, όπου  $\alpha_{\epsilon\pi} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$ , οπότε

$$\alpha_1 = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$$

$$\text{έχουμε } T = \frac{1}{2} M \alpha_1 \quad (3)$$

- i) Από τις εξισώσεις (1) και (3) παίρνουμε:  $m_1 g = (\frac{1}{2} M + m_1) \alpha_1 \rightarrow \alpha_1 = 5\text{m/s}^2$ .
- ii) Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου δεν εκτελεί μεταφορική κίνηση, οπότε:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad w + T + F = 0$$

και επειδή το βάρος και η τάση του νήματος είναι κατακόρυφες δυνάμεις, κατακόρυφη θα είναι και η δύναμη  $F$ .

$$\text{Οπότε } F = Mg + T = Mg + \frac{1}{2} M \alpha_1 \rightarrow$$

$$F = 50\text{N}$$

iii) Από την εξίσωση  $a_1 = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R$  έχουμε  $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_1}{R} = 12,5 \text{ rad/s}^2$ .

α) Οπότε  $\omega = a_{\gamma\omega\nu} t = 25 \text{ rad/s}$ .

β) Η μόνη δύναμη που ασκεί ροπή στον κύλινδρο είναι η τάση του νήματος για την οποία έχουμε:

$T = \frac{1}{2} M a_1 = 10 \text{ N}$ . Έτσι για τον κύλινδρο:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = T \cdot R = 4 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$$

Με διεύθυνση αυτή του άξονα και φορά κάθετη στο επίπεδο του σχήματος και φορά προς τον αναγνώστη.

γ) Ενώ η μόνη εξωτερική δύναμη για το σύστημα των σωμάτων που ασκεί ροπή είναι το βάρος του σώματος  $\Sigma$ . Έτσι για το σύστημα έχουμε:

$$\left( \frac{dL}{dt} \right)_{\text{συστ}} = \Sigma \tau_{\text{εξ}} = m_1 g \cdot R = 8 \text{ kgm}^2/\text{s}^2.$$

Με διεύθυνση επίσης αυτή του άξονα και φορά κάθετη στο επίπεδο του σχήματος και φορά προς τον αναγνώστη.

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*