Τα δύο χελωνάκια

Στην ήρεμη επιφάνεια μιας λίμνης επιπλέει ένας ξύλινος δίσκος μάζας M=1kg και ακτίνας R=1m.

Ο δίσκος, εξ αιτίας ενός ανεμοστρόβιλου που προηγήθηκε, περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του με κυκλική συχνότητα ω_0=6rad/s.

Πάνω στον δίσκο και στα άκρα μιας διαμέτρου του κάθονται, "γαντζωμένα", δυο χελωνάκια μάζας m=0,2kg το κάθε ένα, τα οποία κάποια χρονική στιγμή ξεκινούν προς συνάντησή τους με ταχύτητες ίσου μέτρου.

Αν γνωρίζουμε ότι τα χελωνάκια ζαλίζονται και αποκοιμούνται όταν η κυκλική συχνότητα με την οποία περιστρέφονται γίνει ω=9rad/s:

Α. Να δικαιολογηθεί γιατί:

i) η κυκλική συχνότητα μεγαλώνει καθώς πλησιάζουν τα χελωνάκια

ii) τα χελωνάκια θα αποκοιμηθούν.

Β. Να βρεθούν:

i) η απόσταση από το κέντρο του δίσκου στην οποία θα βρεθεί κάθε χελωνάκι τη στιγμή που θα αποκοιμηθεί

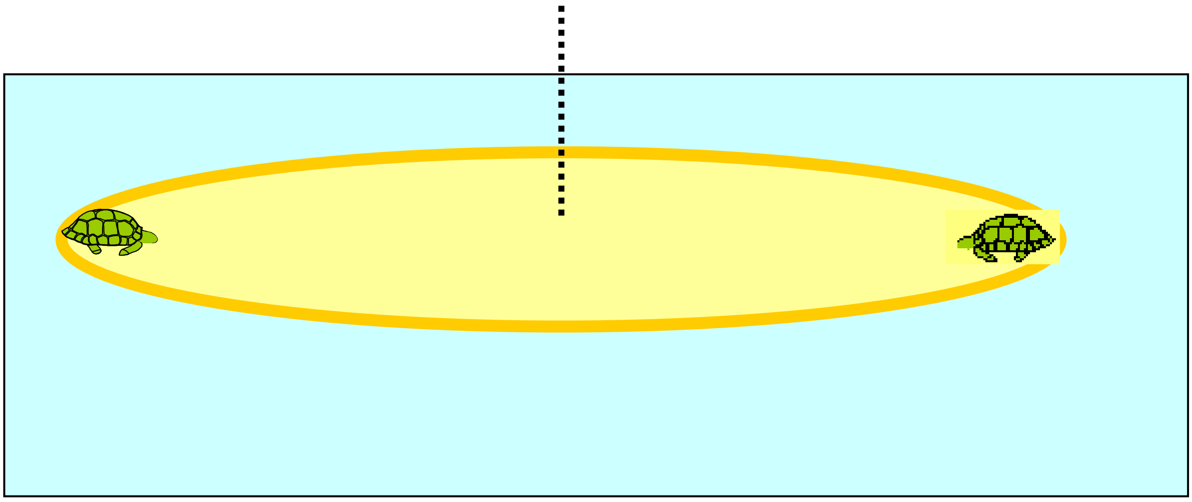
ii) η ενέργεια που δαπάνησε το κάθε ένα κατά τη μετακίνησή του.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου δίδεται από τη σχέση: $I_\delta=MR^2/2$.

Οι τριβές που συναντά ο δίσκος κατά την κίνησή του στο νερό θεωρούνται ασήμαντες.

Τα χελωνάκια θεωρούνται υλικά σημεία.

Απάντηση



Α.

i) Η ροπή αδράνειας του συστήματος δίσκος-χελωνάκια δίδεται από τη σχέση:

$$I=1/2MR^2+2md^2$$

όπου d η κάθε φορά απόσταση στην οποία βρίσκεται κάθε χελωνάκι από το κέντρο του δίσκου και επειδή αυτή η απόσταση μικραίνει, η ροπή αδράνειας μικραίνει και άρα, επειδή δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές, η στροφορμή L=Iω διατηρείται σταθερή άρα η κυκλική συχνότητα ω μεγαλώνει.

ii) αν τα χελωνάκια έφταναν μέχρις το κέντρο του δίσκου η ροπή αδράνειας θα ήταν $I_κ=1/2MR^2+0$, και από το θεώρημα διατήρησης της στροφορμής θα είχαμε: $I_κ ω_κ=I_0 ω_0$, απ΄όπου, μετά τις πράξεις

$$ω_κ=7{,}2rad/s>6rad/s$$

Β.

i) από το θεώρημα διατήρησης της στροφορμής έχουμε για τη θέση όπου τα χελωνάκια αποκοιμούνται:

$$I.ω=I_0.ω_0 \text{ ή}$$

$$(\ ½\ MR^2/2 +2md^2)\cdot ω=(\ ½\ MR^2/2+2mR^2)\cdot ω_0$$

απ΄όπου μετά την εκτέλεση των πράξεων: d=0.5m

ii) η αρχική (κινητική) ενέργεια του συστήματος είναι:

$$K_0= ½\ I_0\cdot ω_0^2 = ½\ (\ ½\ MR^2+2mR^2)\cdot ω_0^2$$

απ΄όπου μετά την εκτέλεση των πράξεων:

$$K_0=7{,}2J$$

και η τελική:

$$K= ½\ I\cdot ω^2 = ½\ (\ ½\ MR^2+ 2md^2)\cdot ω^2$$

απ΄όπου μετά την εκτέλεση των πράξεων:

$$K=10{,}8J$$

Άρα το σύστημα κέρδισε ενέργεια $ΔK=K- K_0=\ 3{,}6J$

Άρα το κάθε χελωνάκι δαπάνησε ενέργεια ίση με το μισό της προηγούμενης ποσότητας δηλαδή:

$$½\ ΔK =1{,}8J$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Βαγγέλης Κουντούρης