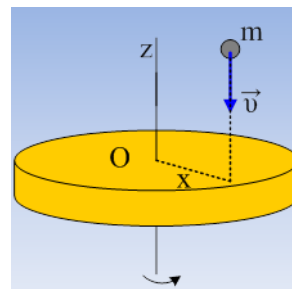


Στροφορμή και διατήρηση στροφορμής.

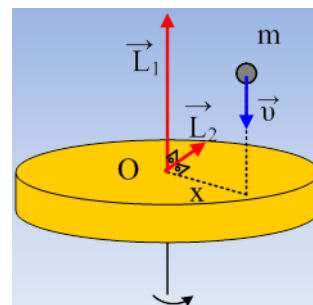
Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 2rad/s γύρω από έναν σταθερό κατακόρυφο άξονα z , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του O και ως προς τον οποίο έχει ροπή αδράνειας $I=9\text{kg}\cdot\text{m}^2$. Ένα σώμα Σ μάζας 1kg , που θεωρείται υλικό σημείο, πέφτει κατακόρυφα και κτυπά με ταχύτητα $v=1,8\text{m/s}$ σε σημείο που απέχει $x=1\text{m}$, από το κέντρο O του δίσκου, όπου και προσκολλάται.



- i) Να σχεδιάσετε στο σχήμα τη στροφορμή και να υπολογίσετε το μέτρο της, ελάχιστα πριν την κρούση:
 - α) του δίσκου κατά (ως προς) τον άξονά του z .
 - β) του σώματος Σ ως προς το κέντρο O του δίσκου.
- ii) Να βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του δίσκου μετά την κρούση.
- iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της στροφορμής (μέτρο και κατεύθυνση) του σώματος Σ ως προς το σημείο O .
- iv) Αν η διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t=0,01\text{s}$, να βρεθεί η μέση ροπή της δύναμης που ασκήθηκε στον δίσκο από το Σ , ως προς τον άξονα z .

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα \vec{L}_1 , της στροφορμής του δίσκου κατά τον κατακόρυφο άξονα περιστροφής του δίσκου και \vec{L}_2 , της στροφορμής του σώματος Σ , ως προς το κέντρο O του δίσκου, η οποία είναι οριζόντια, κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το O με την διεύθυνση της ταχύτητας.



α) Για τον δίσκο: $L_1=I\omega=18\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$

β) Για το Σ : $L_2=mvx=1\cdot 1,8\cdot 1\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}=1,8\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$.

- ii) Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα, είναι τα βάρη δίσκου- σώματος Σ και η δύναμη του άξονα. Οι δυνάμεις αυτές δεν έχουν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής z , συνεπώς η στροφορμή παραμένει σταθερή κατά (ως προς) τον άξονα z .

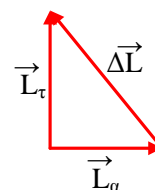
$$L_{\text{αρχ},z}=L_{\text{τελ},z} \rightarrow L_1=(I+m\cdot x^2)\omega_{\kappa} \rightarrow \omega_{\kappa} = \frac{L_1}{I+mx^2} = \frac{18}{9+1\cdot 1^2} \text{rad/s} = 1,8\text{rad/s}$$

- iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί η στροφορμή του Σ πριν και μετά την κρούση, καθώς και η μεταβολή της στροφορμής ως προς το σημείο O . Η τελική στροφορμή έχει μέτρο $L_{\text{τελ}}=mv_1 \cdot x = m\omega_{\kappa} \cdot x^2 = 4\cdot 1,8\cdot 1^2 \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}=1,8\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$, συνεπώς η μεταβολή της στροφορμής έχει μέτρο:

$$\Delta L = \sqrt{L_a^2 + L_{\tau}^2} = L_a \sqrt{2} = 1,8\sqrt{2}\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

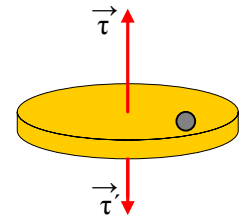
Σχηματίζοντας γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση, αφού το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

- iv) Το σώμα Σ δεν είχε στροφορμή στην κατακόρυφη διεύθυνση, συνεπώς:



$$\frac{\Delta L_z}{\Delta t} = \Sigma \tau_z \rightarrow \tau_z = \frac{L_{\tau_{ελ}}}{\Delta t} = \frac{1,8}{0,01} Nm = 180 N \cdot m$$

Άρα ο δίσκος δέχτηκε αντίθετη δύναμη (δράση-αντίδραση) και αντίθετη ροπή τ' , όπως φαίνεται στο σχήμα.

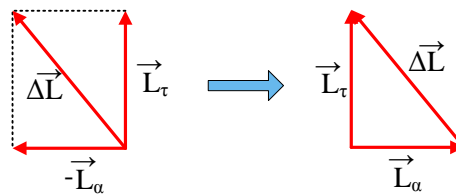


Παρατηρήσεις:

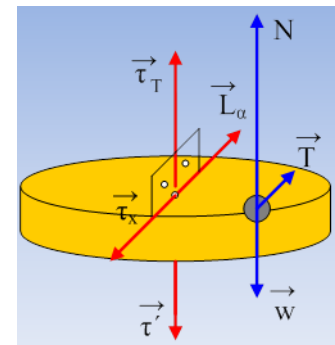
1) Η μεταβολή της στροφορμής του Σ, ως προς το Ο είναι ίση:

$$\Delta \vec{L} = \vec{L}_{\tau_{ελ}} - \vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{\tau_{ελ}} + (-\vec{L}_{αρχ})$$

Δηλαδή είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα της τελικής και της αντίθετης της αρχικής στροφορμής, όπως φαίνεται στο διάγραμμα, ισοδύναμο με αυτό στην απάντηση του ερωτήματος iii).



2) Στη διάρκεια της κρούσης στο σώμα Σ ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος, η κάθετη αντίδραση N και η τριβή, όπως φαίνονται στο σχήμα. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί ακόμη η ροπή τ_x των κατακόρυφων δυνάμεων (N-w), η οποία είναι υπεύθυνη για τη μεταβολή (μηδενισμό) της αρχικής οριζόντιας στροφορμής του Σ, ως προς το Ο και η ροπή της τριβής τ_T η οποία προκαλεί την τελική κατακόρυφη στροφορμή του L_τ . Εξάλλου η ροπή της αντίδρασης της τριβής T' , που ασκείται στον δίσκο, ευθύνεται για την μεταβολή της στροφορμής του δίσκου. Υπενθυμίζεται ότι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ισούται με την ροπή που ασκείται σε κάθε σώμα.



Αν περιοριστούμε για τις στροφορμές κατά (ως προς) τον άξονα περιστροφής z, οι μόνες ροπές είναι αυτές των τριβών, οι οποίες για το σύστημα είναι εσωτερικές, οπότε η στροφορμή του συστήματος δίσκος-Σ διατηρείται κατά τον άξονα περιστροφής.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης