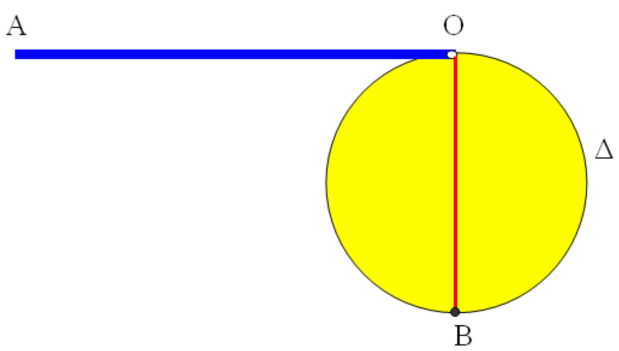
Κρούση ράβδου – δίσκου



Η διάταξη του σχήματος, αποτελείται από μια λεπτή ομογενή ράβδο ΟΑ μάζας Μ μήκους $\ell = 0{,}3$ m και ένα δίσκο Δ, μάζας m = 2M και ακτίνας $R=\ell/3$.

Τα σώματα αυτά, μπορούν να περιστρέφονται ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα, που περνά από το κοινό άκρο Ο της ράβδου και της διαμέτρου ΟΒ του δίσκου. Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου ΟΒ, είναι στερεωμένη μια μικρή ακίδα , αμελητέας μάζας.

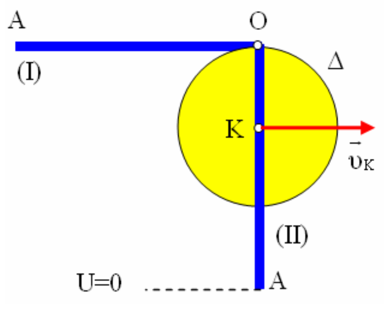
Η ράβδος αφήνεται ελεύθερη από την οριζόντια θέση, και ο δίσκος ηρεμεί με το επίπεδό του κατακόρυφο. Την στιγμή που η ράβδος φτάνει στην κατακόρυφη θέση, καρφώνεται πάνω στην ακίδα. Να υπολογίσετε :

i) Την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου την στιγμή που φτάνει στο σημείο που είναι η ακίδα και λίγο πριν καρφωθεί πάνω της.
ii) Την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.
iii) Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου αμέσως μετά την κρούση.
iv) Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της ράβδου λίγο πριν την κρούση που μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνονται : Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_{ρ(o)}=M\ell^2/3$, η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα κάθετο στο κέντρο μάζας του $I_{cm}= mR^2/2$, και $g=10m/s^2$.

Απάντηση

i) Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση της ράβδου από την οριζόντια θέση (Ι) μέχρι την κατακόρυφη θέση (ΙΙ) λίγο πριν καρφωθεί στην ακίδα κι έχουμε



$$Mg\ell = \frac{1}{2}I_{ρ(O)}ω_o^2 + Mg\frac{\ell}{2} \;\text{ή}\; Mg\ell = \frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2ω_o^2 + Mg\frac{\ell}{2} \;\text{ή}$$

$$ω_o = \sqrt{\frac{3g}{\ell}} \;\text{άρα μέτρο}\; ω_o = 10 rad/s \;\; (1)$$

διεύθυνση , τον άξονα περιστροφής και φορά $\vec{ω}_o$ ⊙.

ii) Κατά την διάρκεια της κρούσης όλες οι εξωτερικές δυνάμεις διέρχονται από τον άξονα περιστροφής, άρα δεν προκαλούν ροπή επομένως ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής δηλαδή

$$\vec{L}_{ρ(O)} = \vec{L}_{συστ(O)} \;\text{ή}\; I_{ρ(O)}\cdot ω_o = (I_{ρ(O)} + I_{Δ(O)})\cdot ω \;\; (2)$$

$$΄Οπου\ I_{\Delta(O)} = \frac{1}{2}mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2 \ \text{ή}\ I_{\Delta(O)} = \frac{3}{2}\cdot 2M\left(\frac{\ell}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}M\ell^2\ (3)$$

Από τις (2) και (3) έχουμε ότι

$$\frac{1}{3}M\ell^2\cdot\omega^2 = 2\cdot\frac{1}{3}M\ell^2\cdot\omega \ \text{ή}\ \omega = \frac{\omega_o}{2}$$

και με βάση την (1) $\omega = 5$ rad/s (4)

διεύθυνση, τον άξονα περιστροφής και φορά $\vec{\omega}\ \odot$.

iii) Το κέντρο μάζας του δίσκου εκτελεί κυκλική κίνηση με στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_K = \omega\cdot R = \omega\cdot\frac{\ell}{3}$$ και με βάση την (4) $\upsilon_K = 0{,}5$ m/s .

iv) Το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας κατά την κρούση είναι

$$\pi = \frac{K_{\rho,\pi\rho\iota\nu} - K_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{\rho,\pi\rho\iota\nu}}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}M\ell^2\omega_o^2 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{1}{3}M\ell^2\omega^2}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}M\ell^2\omega_o^2}\cdot 100\% = \frac{\omega_O^2 - 2\omega^2}{\omega_O^2}\cdot 100\%$$

και με βάση τις (1) και (4) προκύπτει $\pi = 50\%$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης