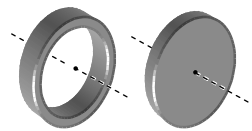


### 3.3 Δυναμική στερεού. Ερωτήσεις Θεωρίας

- 1) Τι ονομάζουμε *ροπή αδράνειας*  $I$  ενός στερεού ως προς κάποιο άξονα; Ποια είναι η μονάδα της στο S.I.; Από τι εξαρτάται η τιμή της; Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας ενός ομογενούς λεπτού δακτυλίου μάζας  $M$ , ακτίνας  $R$  και ασήμαντου πάχους, ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του, που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, είναι  $I=M \cdot R^2$ .

Σημείωση: Όπου σας χρειάζεται στα επόμενα, μπορείτε να χρησιμοποιείτε τις σχέσεις της σελ. 117 του σχολικού για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας.

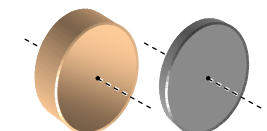
- 2) Ο λεπτός δακτύλιος και ο δίσκος του διπλανού σχήματος Σχ.10 είναι ομογενή σώματα, με ίσες μάζες και ίσες ακτίνες. Ποιό από τα δύο σώματα έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τους σημειούμενους άξονες και γιατί;



Σχ.10

- 3) Αν η ροπή αδράνειας του δίσκου της προηγούμενης ερώτησης είναι  $2\text{kg}\cdot\text{m}^2$ , να βρείτε τη ροπή αδράνειας του δακτυλίου.

- 4) Οι δύο κύλινδροι του διπλανού σχήματος Σχ.11 είναι συμπαγείς, ομογενείς, από διαφορετικά υλικά, έχουν ίσες μάζες, ίσες ακτίνες και διαφορετικά ύψη. Να συγκρίνετε τις ροπές αδράνειάς τους ως προς τους σημειούμενους άξονες.



Σχ.11

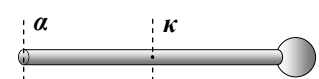
- 5) Η λεπτή ράβδος του διπλανού σχήματος Σχ.12 είναι συμπαγής, ομογενής, έχει μάζα  $M$ , μήκος  $L$  και μικρό πάχος. Να βρείτε τη ροπή αδράνειάς της ως προς τον σημειούμενο διαμήκη άξονα.



Σχ.12

- 6) Να διατυπώσετε το *θεώρημα του Steiner* (θεώρημα παραλλήλων αξόνων). Σε τι μας χρησιμεύει στην πράξη;

- 7) Σφαίρα μάζας  $M$  και πολύ μικρής ακτίνας είναι στερεωμένη στο άκρο λεπτής ράβδου ίσης μάζας  $M$  και μήκους  $L$ . Τα δύο σώματα είναι συμπαγή και ομογενή (Σχ. 13). Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματός τους



Σχ.13

(i) ως προς τον άξονα  $\kappa$  που είναι κάθετος προς τη ράβδο και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, (ii) ως προς τον άξονα  $\alpha$  που είναι παράλληλος προς τον  $\kappa$  και διέρχεται από το άκρο της.

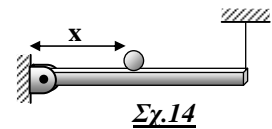
(Απαντήσεις: (i)  $I_{\kappa} = M \cdot L^2/3$ , (ii)  $I_{\alpha} = 4 \cdot M \cdot L^2/3$ ).

- 8) Να διατυπώσετε τον *θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης* για ένα σώμα που μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα και να γράψετε την αντίστοιχη μαθηματική σχέση. Τι εκφράζει η ροπή αδράνειας στην περιστροφή (σε αναλογία με τη μάζα στη μεταφορική κίνηση); Έχει η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερή τιμή όπως και η μάζα του; Τι κάνει το σώμα στην περίπτωση που συνισταμένη ροπή ως προς τον άξονα αυτόν είναι μηδέν;

- 9) Αν το σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση τότε ο άξονας περιστροφής του μετατοπίζεται. Κάτω από ποιες προϋποθέσεις ισχύει στην περίπτωση αυτή ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης;

10) Αν αφήσουμε ένα σώμα να πέσει ελεύθερα, η ταχύτητά του μεταβάλλεται, με

ρυθμό  $\frac{dv}{dt} = g = 10\text{m/s}^2$  (ο ρυθμός αυτός είναι γνωστός και ως ... επιτάχυνση



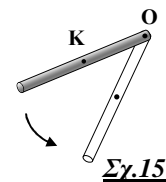
της βαρύτητας). Η λεπτή ομογενής ράβδος του διπλανού σχήματος Σχ.14 έχει

μήκος  $l$  και μπορεί να στρέφεται ελεύθερα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο σ' αυτή, που περνάει από το άκρο της. Με τη βοήθεια νήματος ισορροπεί σε οριζόντια θέση (χωρίς τη μικρή σφαίρα που φαίνεται στο σχήμα). Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα.

(α) Να δείξετε ότι το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, είναι  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 3g/(2l)$ . Από τι εξαρτάται ο ρυθμός μεταβολής της γραμμικής ταχύτητας των διαφόρων σημείων της ράβδου;

(β) Ακουμπάμε τώρα πάνω στη ράβδο μικρή σφαίρα προσεκτικά ώστε να ισορροπήσει και κόβουμε πάλι το νήμα. Να δικαιολογήσετε γιατί η σφαίρα θα χάσει αμέσως την επαφή της με τη ράβδο, αν η απόσταση  $x$  από τον άξονα περιστροφής είναι πιο μεγάλη από  $\frac{1}{3}l$ .

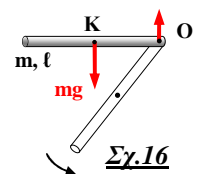
11) Η ράβδος του διπλανού σχήματος Σχ. 15 έχει μήκος  $l$  και στρέφεται με γύρω από σταθερό άξονα κάθετο προς αυτήν που διέρχεται από το άκρο της  $O$ . Κάποια στιγμή έχει



γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$  και γωνιακή επιτάχυνση  $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$ . Μπορούμε να θεωρήσουμε τη στροφική αυτή κίνηση ως σύνθετη κίνηση, παρόλο που ο άξονας περιστροφής της ράβδου μένει σταθερός; Επαλληλία δηλαδή μιας μεταφορικής κίνησης του κέντρου μάζας  $K$  και μιας στροφικής γύρω από αυτό;

Αν ναι, να προσδιορίσετε (α) την ταχύτητα  $\vec{v}$  και την επιτάχυνση  $\vec{a}$  του κέντρου μάζας και (β) τη γωνιακή ταχύτητα  $\vec{\omega}$  και γωνιακή επιτάχυνση  $\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu}$  της ράβδου ως προς το  $K$ .

12) Η ράβδος του διπλανού σχήματος Σχ. 16 αφήνεται από την οριζόντια θέση, χωρίς αρχική ταχύτητα, να στραφεί χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο σ' αυτή που περνάει από το άκρο της  $O$ .



Αφού λάβετε υπ' όψη τα συμπεράσματα της προηγούμενης ερώτησης, να εφαρμό-

σετε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική και για τη στροφική, ως προς  $K$ , κίνηση της ράβδου, τη στιγμή που βρίσκεται ακόμα στην οριζόντια θέση.

Τι επιτάχυνση έχει το σημείο  $O$ ; Να προσδιορίσετε την μεταφορική και τη γωνιακή (ως προς  $K$ ) επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή αυτή, καθώς και τη δύναμη που δέχεται από τον άξονα.

Με τη βοήθεια πάλι του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα να υπολογίσετε (την ίδια στιγμή) τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς  $O$ . Τι παρατηρείτε;

13) Να εξηγήσετε γιατί όταν ένα στερεό με συμμετρικό κυλινδρικό ή σφαιρικό σχήμα δεχτεί κατάλληλη ώθηση ώστε να αρχίσει να κυλιέται ελεύθερα σε οριζόντιο επίπεδο, τότε δεν αναπτύσσεται τριβή παρόλο που το επίπεδο δεν είναι λείο.

- 14) Ομογενής σφαίρα μάζας  $\mathbf{M}$  και ακτίνας  $\mathbf{R}$  (ή και άλλο στερεό κατάλληλο για κύλιση) αφήνεται ελεύθερη στο πάνω μέρος κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης  $\phi$  και παρατηρούμε ότι κυλιέται κατά μήκος του. Να εξηγήσετε γιατί είναι απαραίτητη η τριβή για να συμβεί αυτό. Να προσδιορίσετε τη φορά της. Αν η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι  $\mathbf{I}=\lambda\cdot\mathbf{M}\cdot\mathbf{R}^2$  (όπου  $\lambda=0,4$  για τη σφαίρα και γενικότερα  $0<\lambda<1$ ), να προσδιορίσετε τη μεταφορική της επιτάχυνση, καθώς και το μέτρο της τριβής. Από ποιους παράγοντες εξαρτώνται τα μέτρα τους;
- 15) Σε συνέχεια του προηγούμενου ερωτήματος, να προσδιορίσετε την ελάχιστη τιμή του απαιτούμενου συντελεστή οριακής τριβής  $\mu_{op}$  ώστε να μην έχουμε ολίσθηση. Από ποιους παράγοντες εξαρτάται η τιμή αυτή;
- Αν ένας συμπαγής κύλινδρος κυλιέται στο κεκλιμένο μόλις αποφεύγοντας την ολίσθηση, τότε τι πιστεύετε ότι θα έκανε μία σφαίρα ή ένας κοίλος κύλινδρος από το ίδιο υλικό;
- 16) Ομογενής σφαίρα μάζας  $\mathbf{M}$  και ακτίνας  $\mathbf{R}$  κυλιέται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $\mathbf{v}$  και στη συνέχεια περνάει ομαλά στο κάτω μέρος κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης  $\phi$ , όπου συνεχίζει να κυλιέται ανεβαίνοντας προς τα πάνω. Να εξηγήσετε και πάλι γιατί είναι απαραίτητη η τριβή στο κεκλιμένο και να προσδιορίσετε τη φορά της.

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μητρόπουλος*