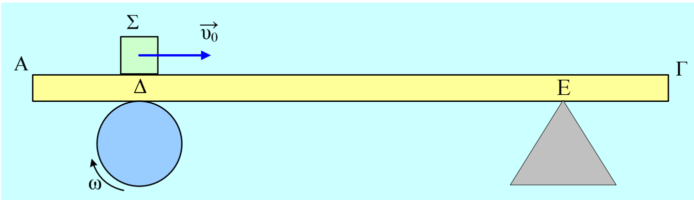
Ισορροπία και τριβές.



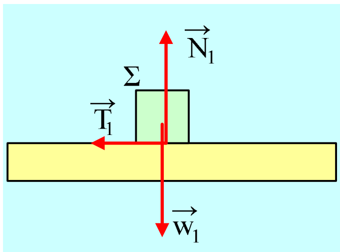
Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΓ του σχήματος έχει μήκος 6m, μάζα M=2kg και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη στα σημεία Δ και Ε σε περιστρεφόμενο κύλινδρο και σε τρίποδο. Τα σημεία Δ και Ε απέχουν 1m από τα άκρα της ράβδου. Ένα σώμα Σ μάζας 0,5kg, που θεωρείται υλικό σημείο, εκτοξεύεται για t=0 από το σημείο Δ και φτάνει μέχρι το σημείο Ε, όπου σταματά. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, τόσο μεταξύ δοκού και σώματος Σ, όσο και μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι ίσος με μ=0,2 και σε όλη τη διάρκεια της κίνησης η δοκός ισορροπεί.

i) Ποια η αρχική ταχύτητα του σώματος Σ και πόσο χρόνο διαρκεί η κίνησή του;
ii) Να βρεθεί η τριβή που ασκείται στη δοκό από το τρίποδο σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση από 0-3s.
iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ δοκού και τρίποδου για να ισορροπεί η δοκός;

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ. Αφού στον κατακόρυφο άξονα ισορροπεί, ΣF=0 ή N_1=mg=5N, αλλά τότε T_1=μN_1=1N.



Αλλά, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, τότε το σώμα αποκτά επιτάχυνση:

$$a=\frac{T_1}{m}=\frac{-1}{0,5}m/s^2=-2m/s^2$$

Άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη) κίνηση και ισχύουν:

$$\upsilon=\upsilon_0+\alpha\cdot t \quad (1) \qquad \text{και } \Delta x=\upsilon_0 t+½\, a t^2 \quad (2)$$

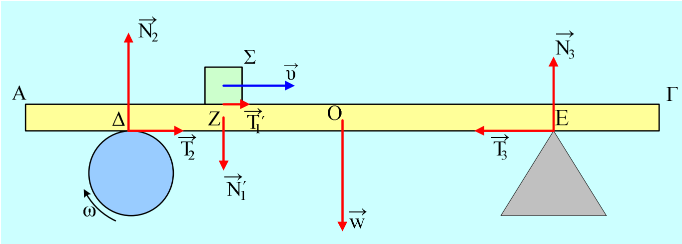
Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο σημείο Ε σταματά, άρα υ=0, οπότε λύνοντας την (1) ως προς t και αντικαθιστώντας στην (2) παίρνουμε:

$$\Delta x=-\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}\rightarrow \upsilon_0=\sqrt{-2\alpha\cdot\Delta x}=\sqrt{2\cdot 2\cdot 4}m/s=4m/s$$

Εξάλλου:

$$t=\frac{\upsilon_0}{-a}=2s$$

ii) Έστω τη χρονική στιγμή t το σώμα Σ απέχει κατά (ΔΖ)= x από το σημείο Δ. Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται (μόνο) στη δοκό τη στιγμή αυτή.



(Το ανώτερο σημείο του κυλίνδρου έχει ταχύτητα προς τα δεξιά, συνεπώς η ασκούμενη από τη δοκό τριβή έχει φορά προς τ' αριστερά. Η αντίδρασή της T_2 έχει φορά προς τα δεξιά. Εξάλλου N_1'είναι η αντίδραση της N_1 και T_1'η αντίδραση της T_1 που ασκείται στο σώμα Σ).

Αλλά αφού ισορροπεί η δοκός ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}=0 \begin{cases} \Sigma F_x=0 \ \rightarrow T_2+T_1-T_3=0 \ \ (3) \\ \Sigma F_y=0 \ \rightarrow N_2+N_3-N_1'-W=0 \ \ (4) \end{cases}$$

Αφού η ράβδος ισορροπεί το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι μηδέν. Παίρνουμε το $\Sigma\tau_E=0$ και έχουμε:

$$-N_2\cdot(\Delta E) + N_1'\cdot(ZE) + W\cdot(OE) = 0 \text{ ή}$$

$$-4N_2 + 5(4-x) + 20\cdot 2 = 0 \ \ (\text{μονάδες στο S.I.})$$

Αλλά $x= \upsilon_0 t + ½ at^2 =4t -t^2$ και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$-4N_2 + 5(4-4t+t^2) + 40 = 0 \ \rightarrow N_2=15 -5t + 1,25\, t^2 \ \ (\text{μονάδες στο S.I.})$$

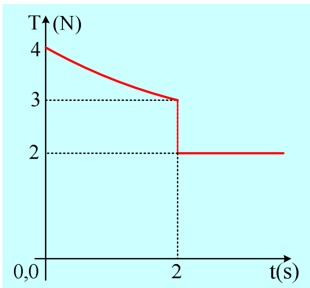
Άρα η ασκούμενη από τον κύλινδρο ροπή έχει μέτρο:

$$T_2=\mu\cdot N_2= 3-t+0,25t \ \ (\text{μονάδες στο S.I.})$$

Και από την εξίσωση (3) παίρνουμε:

$$T_3= T_1+T_2= 4-t+ 0,25t^2 \ \ (\text{μονάδες στο S.I.})$$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης είναι μια παραβολή με τα κοίλα άνω, όπου για t=0, T_3=4N και για t=2s T_3=3N. Όμως μετά την ακινητοποίηση του σώματος Σ στο σημείο Ε, παίρνοντας $\Sigma\tau_E=0$ βρίσκουμε:



$$-N_2\cdot 4+W\cdot 2 = 0 \text{ ή } N_2=10N$$

$$\text{και } T_2=\mu\cdot N_2=2N$$

Με αποτέλεσμα η ζητούμενη γραφική παράσταση να είναι όπως στο διπλανό διάγραμμα.

iii) Από την παραπάνω μελέτη προκύπτει ότι η μέγιστη τριβή που ασκείται στη δοκό από το τρίποδο έχει μέτρο 4Ν όταν το σώμα Σ ξεκινά την κίνησή του. Για να ισορροπεί η ράβδος δεν πρέπει να ολισθαίνει στο σημείο Ε, άρα η τριβή αυτή πρέπει να είναι στατική:

$$T_3 \leq T_{op} \ \text{ ή } \ T_3 \leq \mu_s\cdot N_3$$

Αλλά από την εξίσωση (4) για N_2=15N παίρνουμε N_3=10N οπότε:

$$\mu_s \geq \frac{T_3}{N_3} \rightarrow \mu_s \geq 0,4$$

Δηλαδή η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής στατικής τριβής είναι ίσος με 0,4

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης