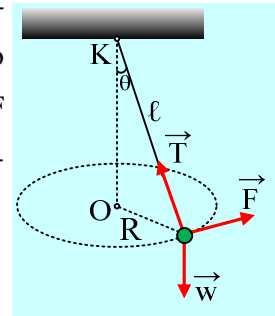


Ροπές σε ένα κωνικό εκκρεμές.

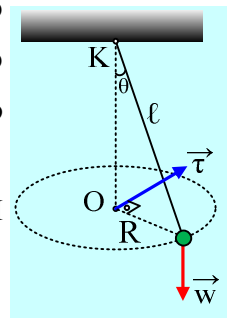
Ένα μικρό σώμα είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ και κρέμεται από ένα σημείο K . Το σώμα με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F , διαγράφει οριζόντιο κύκλο κέντρου O . Σε μια στιγμή η ακτίνα του κύκλου είναι $R = \frac{1}{2} \ell$, ενώ η δύναμη F είναι κάθετη στο νήμα και εφαπτόμενη του οριζόντιου κύκλου. Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη των παρακάτω προτάσεων:



- i) Η ροπή του βάρους ως προς το κέντρο O του κύκλου, είναι οριζόντια
- ii) Η ροπή του βάρους ως προς τον άξονα OK έχει την κατεύθυνση του άξονα.
- iii) Η ροπή της δύναμης F είναι ίδια, είτε μετριέται ως προς τα σημεία O και K , είτε ως προς τον άξονα OK .
- iv) Η ροπή της τάσης του νήματος ως προς τον άξονα OK είναι μηδενική, ενώ ως προς το σημείο O έχει μέτρο $\frac{1}{2} mg\ell$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η ροπή του βάρους, ως προς το κέντρο O του οριζόντιου κύκλου που διαγράφει το σώμα, η οποία είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το βάρος και η ακτίνα R (κατακόρυφο επίπεδο), συνεπώς είναι πάνω στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς. Η πρόταση είναι σωστή.
- ii) Το βάρος είναι παράλληλο με τον άξονα OK και δεν έχει ροπή ως προς αυτόν. Η πρόταση είναι λανθασμένη.



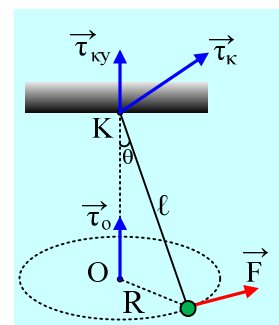
- iii) Αν υπολογίσουμε την ροπή της δύναμης έχουμε:

Ως προς το σημείο O : $\tau = F \cdot R = \frac{1}{2} F \cdot \ell$ με διεύθυνση κατακόρυφη (βλέπε σχήμα).

Ως προς το σημείο K : $\tau = F \cdot \ell$ με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν ο φορέας της δύναμης και το νήμα.*

Ως προς τον άξονα KO : $\tau = F \cdot R = \frac{1}{2} F \cdot \ell$ με διεύθυνση κατακόρυφη. Ίση με την ροπή της δύναμης ως προς το κέντρο O .

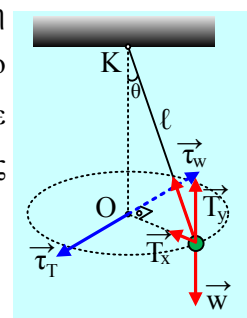
Συνεπώς η πρόταση είναι λανθασμένη.



- iv) Η τάση του νήματος τέμνει τον άξονα OK , συνεπώς δεν έχει ροπή ως προς τον άξονα.

Εξάλλου αναλύουμε την τάση του νήματος σε μια οριζόντια συνιστώσα T_x η οποία δεν έχει ροπή ως προς το O και μια κατακόρυφη συνιστώσα T_y , με μέτρο ίσο με το βάρος (αφού το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση), οπότε η ροπή της έχει την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα (αντίθετη της ροπής του βάρους) και μέτρο:

$$\tau_T = \tau_{T_y} = mgR = \frac{1}{2} mg \cdot \ell$$



Η πρόταση είναι σωστή.

*** Σχόλιο:**

Αν υπολογίσουμε τη συνιστώσα της ροπής της δύναμης, τ_{ky} , ως προς το σημείο Κ, στην κατακόρυφη διεύθυνση, θα βρούμε τη ροπή της δύναμης ως προς (κατά) τον άξονα ΟΚ. Πράγματι:

$$\tau_{ky} = \tau_k \cdot \sin(90^\circ - \theta) = \tau_k \cdot \eta\mu\theta = F \cdot \ell \cdot \frac{R}{\ell} = F \cdot R = \tau_{OK}$$

Έτσι το βάρος έχει ροπή, ως προς οποιοδήποτε σημείο της ευθείας ΟΚ, αλλά η ροπή αυτή είναι οριζόντια, συνεπώς η συνιστώσα της πάνω στην κατακόρυφη διεύθυνση, είναι μηδενική. Συνεπώς το βάρος δεν έχει ροπή ως προς τον κατακόρυφο άξονα ΟΚ, πράγμα αναμενόμενο αφού το βάρος και η ευθεία ΟΚ βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

dmargaris@sch.gr