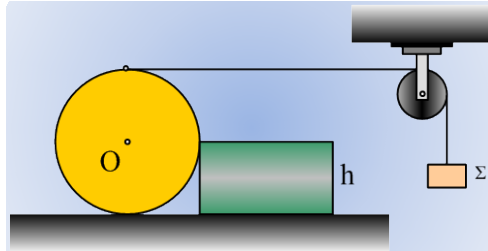


### Μια ισορροπία κυλίνδρου με εμπόδιο

Γύρω από ένα κύλινδρο ακτίνας  $R=0,4\text{m}$  και μάζας  $M=10\text{kg}$  τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσουμε από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο άκρο του δένουμε ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m_1=1\text{kg}$ .

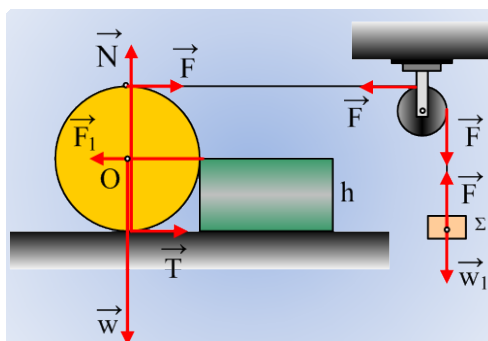


Αφήνουμε το σώμα  $\Sigma$  ελεύθερο και το σύστημα ισορροπεί, αφού ο κύλινδρος εμποδίζεται να κινηθεί, από ένα εμπόδιο ύψους  $h=R$ . Οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και εδάφους είναι  $\mu_s=\mu=0,2$ , ενώ δεν εμφανίζεται τριβή μεταξύ κυλίνδρου και εμποδίου. Το νήμα μεταξύ κυλίνδρου και τροχαλίας είναι οριζόντιο,  $g=10\text{m/s}^2$ , ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I= \frac{1}{2} MR^2$ .

- i) Να υπολογιστούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο.
- ii) Αντικαθιστούμε το σώμα  $\Sigma$  με άλλο  $\Sigma'$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  και παρατηρούμε ότι κινείται προς τα κάτω.
  - α) Να βρεθεί η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα  $\Sigma'$ .
  - β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του;
  - γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου μετά από  $2\text{s}$  από τη στιγμή που άρχισε να στρέφεται.

#### Απάντηση:

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε κύλινδρο και σώμα  $\Sigma$ , όπου  $F$  η τάση του νήματος και  $F_1$  η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το εμπόδιο, κάθετη στην επιφάνεια επαφής, συνεπώς οριζόντια.



- i) Το σώμα  $\Sigma$  ισορροπεί άρα  $\Sigma F=0 \rightarrow F=w_1=m_1g=10\text{N}$

Αλλά και ο κύλινδρος ισορροπεί συνεπώς:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \begin{cases} \Sigma F_x=0 \rightarrow F+T-F_1=0 \quad (1) \\ \Sigma F_y=0 \rightarrow N=w=Mg=100\text{N} \end{cases}$$

$$\Sigma \tau_o=0 \rightarrow T \cdot R - F \cdot R=0 \rightarrow T=F=10\text{N}$$

Και με βάση την (1)  $F_1 = F + T = 2F = 20\text{N}$

- ii) Οι δυνάμεις είναι ξανά, όπως στο παραπάνω σχήμα, όπου η τάση του νήματος  $F$  είναι η ίδια δεξιά και αριστερά της τροχαλίας, αφού αυτή θεωρείται αβαρής, ενώ η τριβή είναι τριβή ολίσθησης με μέτρο:

$$T = \mu \cdot N = \mu Mg = 20\text{N}$$

α) Για το Σώμα Σ:  $\Sigma F = m_2 \cdot a \rightarrow m_2 g - F = m_2 \cdot a$  (1)

Για τον κύλινδρο:  $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$  και θεωρώντας θετική την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, έχουμε:  $F \cdot R - T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F - T = \frac{1}{2} M \cdot R \alpha_{\gamma\omega\nu}$  (2)

Αλλά όλα τα σημεία του νήματος έχουν κάθε στιγμή την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα, συνεπώς και η γραμμική ταχύτητα του ανώτερου σημείου του κυλίνδρου είναι κατά μέτρο ίση με την ταχύτητα του Σ'.

$$v_{\Sigma} = v_{\gamma\pi} = \omega \cdot R \rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R \rightarrow a = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R, \text{ οπότε η (2) δίνει } F - T = \frac{1}{2} M \cdot a$$
 (3)

Με πρόσθεση των (1) και (3) έχουμε:

$$m_2 g - T = (m_2 + \frac{1}{2} M) \cdot a \rightarrow$$

$$a = \frac{m_2 g - T}{m_2 + \frac{M}{2}} = \frac{30 - 20}{3 + 5} m / s^2 = 1,25 m / s^2$$

- β) Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε  $F = m_2(g - a) = 3 \cdot (10 - 1,25)\text{N} = 26,25\text{N}$ .

Για τον κύλινδρο λοιπόν έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = FR - TR = (F - T)R = (26,25 - 20) \cdot 0,4 \text{kgm}^2 / \text{s}^2 = 2,5 \text{kgm}^2 / \text{s}^2$$

- γ) Η ταχύτητα του Σ' τη στιγμή  $t = 2\text{s}$  έχει μέτρο  $v = a \cdot t = 1,25 \cdot 2 \text{m/s} = 2,5 \text{m/s} = v_{\gamma\pi} = \omega \cdot R \rightarrow$

$$\omega = \frac{v_{\gamma\pi}}{R} = \frac{2,5}{0,4} \text{rad} / \text{s} = 6,25 \text{rad} / \text{s}$$

Αλλά τότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου είναι :

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma \tau \cdot \omega = (F - T)R \cdot \omega = (26,25 - 20) \cdot 0,4 \cdot 6,25 \text{J} / \text{s} = 15,625 \text{J} / \text{s}.$$

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*