Μέχρι πόσες μπύρες μπορεί να πιει ο μπογιατζής;

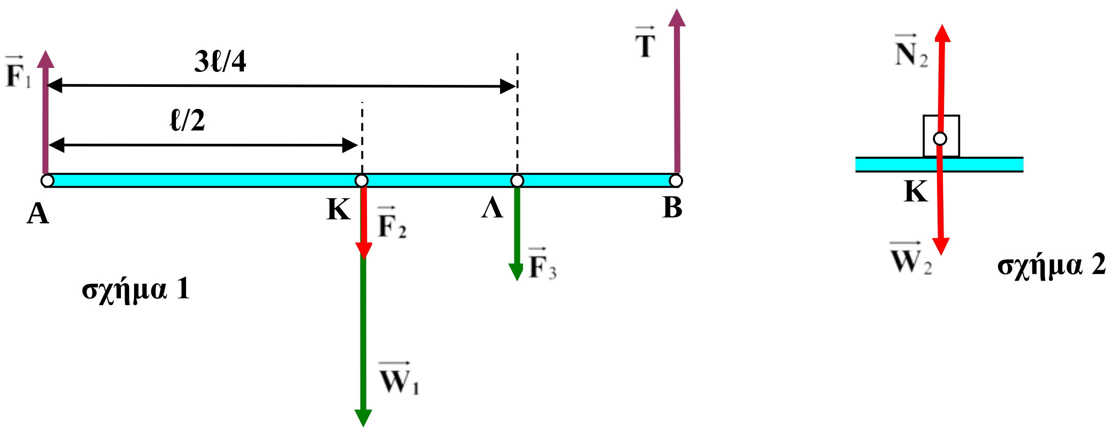
Μια ομογενής σανίδα ΑΒ μάζας m_1 = 99kg και μήκους ℓ, έχει το ένα άκρο της Α αρθρωμένο σε κατακόρυφο τοίχο ενώ το άλλο άκρο της Β συγκρατείται από κατακόρυφο αβαρές σχοινί.
Η σανίδα είναι οριζόντια και πάνω σ' αυτή, στέκεται όρθιος ένας μπογιατζής μάζας m_3 = 68 kg σε σταθερή απόσταση 3ℓ/4 από τον τοίχο.
Έξι όμοια κουτιά μπύρας συνολικής μάζας m_2 =3kg , είναι τοποθετημένα στο μέσον της σανίδας και το σύστημα είναι σε ισορροπία.

α) Υπολογίστε την τάση του σχοινιού και τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη σανίδα.
β) Τώρα υποθέτουμε ότι ο μπογιατζής αρχίζει να πίνει τις μπύρες. Να υπολογιστεί η τάση του σχοινιού όταν θα τις έχει πιει όλες.
γ) Αν η τάση θραύσης του σχοινιού ήταν $T_θ$ = 1025N, μέχρι πόσες μπύρες θα μπορούσε να πιει ο μπογιατζής χωρίς να σπάσει το σχοινί;

Δίνεται g =10 m/s², ότι η μάζα που έχουν τα άδεια κουτιά της μπύρας είναι αμελητέα.

Απάντηση

α) Στη σανίδα ΑΒ ασκούνται οι δυνάμεις που έχουν σχεδιαστεί στο σχήμα 1:



Η $\vec{F}_1$ από την άρθρωση , το βάρος της $\vec{W}_1$, η τάση του νήματος $\vec{T}$, η δύναμη $\vec{F}_2$ από τις μπύρες και η δύναμη $\vec{F}_3$ από τον μπογιατζή.

Η $\vec{F}_2$ είναι η αντίδραση της δύναμης $\vec{N}_2$ που ασκεί η σανίδα στις μπύρες όπως φαίνεται στο σχήμα 2 . Από την ισορροπία για τα κουτιά με τις μπύρες έχουμε ότι $\vec{N}_2 + \vec{W}_2 = \vec{0}$ όπου $\vec{W}_2$ το συνολικό βάρος που έχουν οι μπύρες.
Άρα $N_2 = W_2$ κι επειδή $N_2 = F_2$ (δράση – αντίδραση) θα είναι και $F_2 = W_2$ (1)
Όμοια προκύπτει ότι $F_3 = W_3$ (2) όπου W_3 είναι το μέτρο του βάρους του μπογιατζή.

Εφαρμόζουμε τις συνθήκες ισορροπίας για τη σανίδα κι έχουμε

$$\vec{F}_1 + \vec{T} + \vec{W}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \text{ ή } F_1 + T = W_1 + F_2 + F_3 \text{ και με βάση τις (1) , (2)}$$

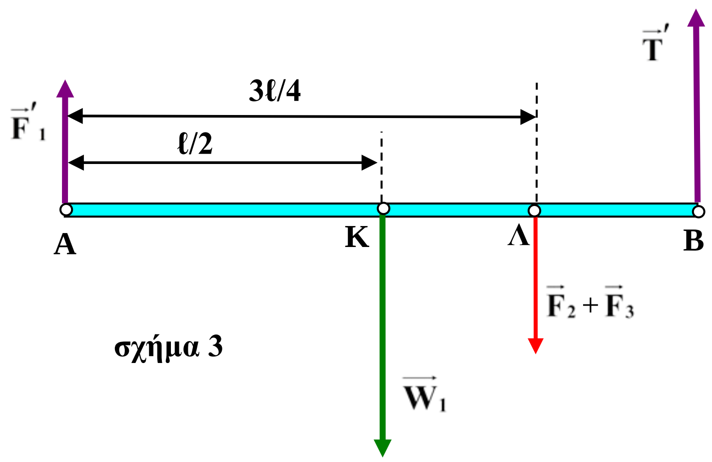
$$F_1+T = W_1+W_2+W_3 \text{ ή}$$

$$F_1+T_1 = m_1g+m_2g+m_3g \ (3)$$

$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ ή $T\cdot\ell - F_3\cdot\frac{3}{4}\ell - (F_2+W_1)\cdot\frac{1}{2}\ell = 0$ (4) , η ροπή της $\vec{F}_1$ είναι μηδέν γιατί τέμνει τον άξονα περιστροφής.

Από τις (1) , (2) , (3) και (4) προκύπτει **T= 1020N** και **F_1 = 680N**

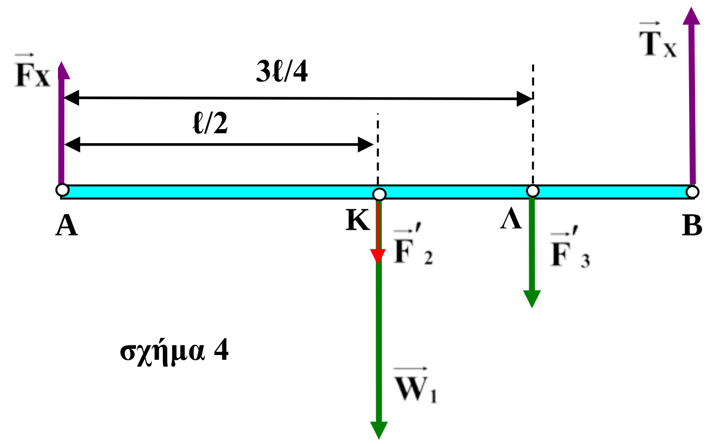
β) Τώρα στο σημείο Λ που στέκεται ο μπογιατζής , αφού έχει πιει όλες τις μπύρες θα ασκείται και η δύναμη $\vec{F}_2$ που είναι ίση με το βάρος τους όπως φαίνεται στο σχήμα 3.



σχήμα 3

Με βάση τη συνθήκη $\Sigma\tau'_{(A)} = 0$ έχομε $T'\cdot\ell - (F_2+ F3)\cdot\frac{3}{4}\ell - W_1\cdot\frac{1}{2}\ell = 0$ ή

$T'\cdot\ell - (W_2+ W_3)\cdot\frac{3}{4}\ell - W_1\cdot\frac{1}{2}\ell = 0$ από την οποία προκύπτει ότι **T΄= 1027,5 N**



σχήμα 4

γ) Έστω ότι ο μπογιατζής έχει πιει x μπύρες συνολικής μάζας m_x, και ότι το σύστημα ισορροπεί όπως στο σχήμα 4 όπου

$F_2' = F_2 - m_xg = m_2g - m_xg$ και

$F_3' = F_3 + m_xg = m_3g + m_xg$

Με βάση τη συνθήκη $\Sigma\tau''_{(A)} = 0$ έχουμε ότι $(F_2' + W_1)\frac{1}{2}\ell + F_3'\cdot\frac{3}{4}\ell = T_x\cdot\ell$ ή

$(m_2g - m_xg + m_1g)\cdot\frac{1}{2}\ell + (m_3g + m_xg)\cdot\frac{3}{4}\ell = T_x\cdot\ell$ και αντικαθιστώντας στο σύστημα SI προκύπτει μετά τις πράξεις ότι

$$T_x = 1020 + 2,5\cdot m_X \,.$$

Όμως πρέπει

$$T_X \leq T_\Theta \;\; ή \;\; 1020 + 2,5\cdot m_X \leq 1025 \;\; ή \;\; m_X \leq 2kg$$

Όμως, οι έξι μπύρες έχουν μάζα 3kg άρα η κάθε μια 0,5 kg οπότε $x\cdot 0,5$ kg $\leq$ 2 kg ή $x \leq 4$.

Κατά συνέπεια τώρα, μπορεί να πιει άφοβα **μέχρι 4 μπύρες**.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Μανώλης Δρακάκης