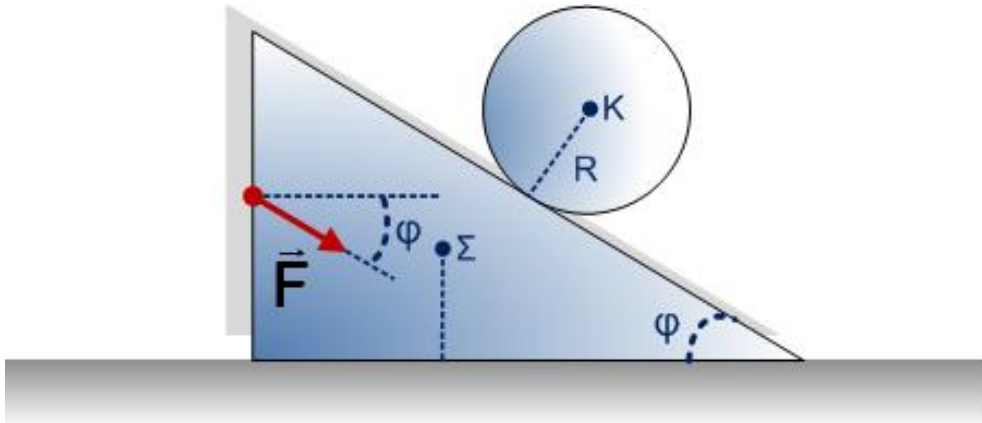


Ένας Κύλινδρος Πάνω σε μια Σφήνα

Ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R εφάπτεται επί σώματος μάζας M , σφηνοειδούς μορφής (γωνία κλίσης φ). Στη σφήνα ασκούμε δύναμη F υπό γωνία φ , τέτοια ώστε ο κύλινδρος να μη στρέφεται επί της κεκλιμένης επιφάνειας, όπως φαίνεται στο σχήμα.



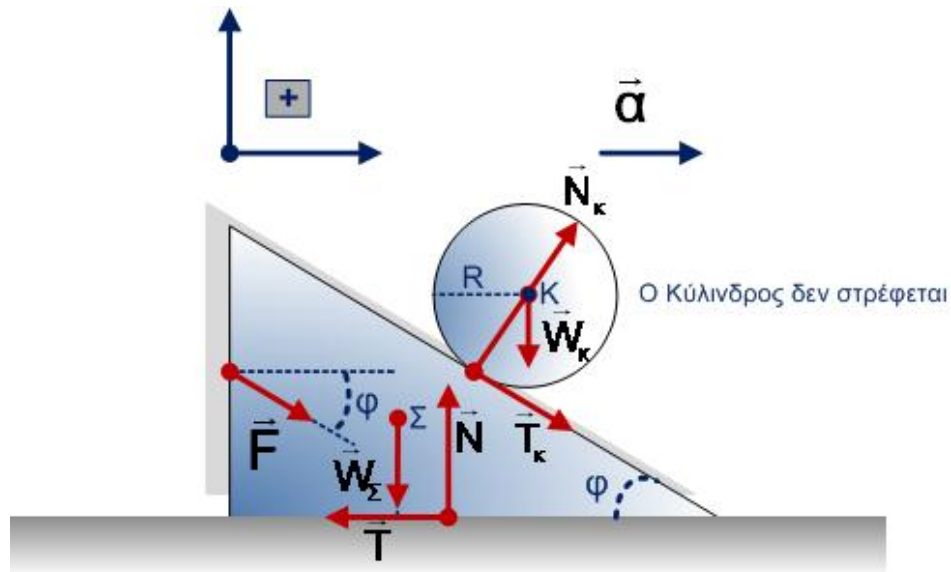
Αν ο συντελεστή τριβής μεταξύ του κυλίνδρου και του σώματος είναι μ_1 και μεταξύ του οριζοντίου επιπέδου και της σφήνας είναι μ_2 , να υπολογιστούν

- 1) η επιτάχυνση του συστήματος
- 2) το μέτρο της δύναμης F .

Δίνεται: $I_C = \frac{1}{2} mR^2$, $\varphi = \pi/4$, g

Απάντηση:

Από την υπόθεση της άσκησης, ο κύλινδρος δεν στρέφεται επί της κεκλιμένης επιφάνειας. Επομένως το σύστημα κύλινδρος-σφήνα, καθώς και τα δυο σώματα χωριστά, κινούνται με την ίδια επιτάχυνση (a).



- **Κύλινδρος**

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο κύλινδρο είναι οι εξής: το βάρος του W_k , η κάθετη αντίδραση N_k από τη σφήνα, και η τριβή T_k , η οποία έχει φορά προς τα εμπρός (δεν μπορούμε να γνωρίζουμε εξαρχής τη φορά τους).

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής θα έχουμε:

$$\Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_{X(k)} = m \cdot a \Rightarrow N_{k(x)} + T_{k(x)} = m \cdot a \Rightarrow \\ \Rightarrow N_k \cdot \eta\mu\varphi + T_k \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi = m \cdot a \quad (1) \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_{k(y)} - T_{k(y)} - W_k = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow N_k \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi - T_k \cdot \eta\mu\varphi - mg = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης (**ο κύλινδρος δεν στρέφεται**), θα έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{\tau} = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow N_k \cdot 0 + W_k \cdot 0 + T_k \cdot R = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow T_k \cdot R = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow T_k = 0 &\quad (3) \end{aligned}$$

- **Υπολογισμός της επιτάχυνσης a**

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{από (1)} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} N_k \cdot \eta\mu\varphi + 0 \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi = m \cdot a \Rightarrow N_k \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{N_k}{m} \cdot \eta\mu\varphi \\ \text{από (2)} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} N_k \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi - 0 \cdot \eta\mu\varphi - mg = 0 \Rightarrow N_k \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi = mg \Rightarrow N_k = \frac{mg}{\sigma\upsilon\upsilon\varphi} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg}{m \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi} \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow a = g \cdot \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\upsilon\varphi} \Rightarrow a = g \cdot \epsilon\varphi\varphi \stackrel{\varphi = \frac{\pi}{4}}{\Rightarrow} a = g \quad (4)$$

- **Σύστημα κύλινδρος-σφήνα**

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εξής: τα βάρη των σωμάτων W_K και W_Σ , η κάθετη αντίδραση N , η δύναμη F κι η τριβή ολίσθησης T μεταξύ οριζοντίου επιπέδου και σφήνας. Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής θα έχουμε:

$$\Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = (m + M) \cdot \alpha \Rightarrow F_x - T = (m + M) \cdot \alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{F} \cdot \sigma\upsilon\nu\phi - \mathbf{T} = (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \alpha \quad (5) \\ \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - F_y - W_K - W_\Sigma = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \mathbf{N} - \mathbf{F} \cdot \eta\mu\phi - (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (6) \end{cases}$$

Η τριβή ολίσθησης T είναι:

$$\mathbf{T} = \mu_2 \cdot \mathbf{N} \quad (7)$$

- **Υπολογισμός της δύναμης F**

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{από (5)} \xrightarrow{(4),(7)} \mathbf{F} \cdot \sigma\upsilon\nu\phi - \mu_2 \cdot \mathbf{N} = (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g} \Rightarrow \\ \text{από (6)} \Rightarrow \mathbf{N} = \mathbf{F} \cdot \eta\mu\phi + (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathbf{F} \cdot \sigma\upsilon\nu\phi - \mu_2 \cdot [\mathbf{F} \cdot \eta\mu\phi + (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g}] = (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{F} \cdot \sigma\upsilon\nu\phi - \mu_2 \cdot \mathbf{F} \cdot \eta\mu\phi - \mu_2 \cdot (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g} = (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{F} = \frac{(\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot (1 + \mu_2) \cdot \mathbf{g} \cdot \varphi = \frac{\pi}{4}}{\sigma\upsilon\nu\phi - \mu_2 \cdot \eta\mu\phi} \Rightarrow \mathbf{F} = \sqrt{2} \cdot (\mathbf{m} + \mathbf{M}) \cdot \mathbf{g} \cdot \frac{1 + \mu_2}{1 - \mu_2} \quad (8)$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Παναγόπουλος Γιώργος

Βουλδής Άγγελος

Μεντζελόπουλος Λευτέρης

Τσόμπος Κωστής