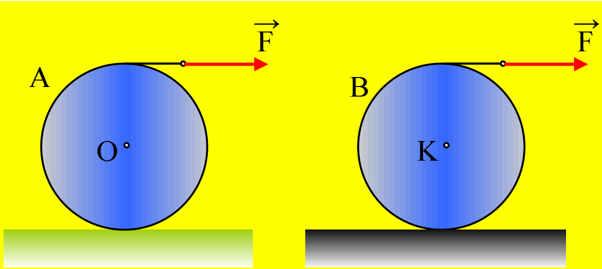
Κύλινδρος σε λείο και μη επίπεδο.

Διαθέτουμε δύο ίδιους κυλίνδρους (ίδιας μάζας και ακτίνας), στο μέσον των οποίων υπάρχει μικρό αυλάκι, μέσα στο οποίο έχουμε τυλίξει νήμα μήκους ℓ. Αφήνουμε τον πρώτο κύλινδρο Α σε λείο οριζόντιο επίπεδο και τον δεύτερο Β, σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο και ασκούμε στα άκρα των νημάτων την ίδια σταθερή οριζόντια δύναμη F, επιταχύνοντας τους κυλίνδρους, μέχρι να ξετυλιχθεί όλο το νήμα. Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= ½ MR^2 και ότι ο Β κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).



i) Αν x_A και x_B οι μετατοπίσεις των αξόνων των δύο κυλίνδρων, μέχρι να ξετυλιχθεί το νήμα, ισχύει:

α) $x_A = ½\ x_B$, β) $x_A = x_B$, γ) $x_A = 2x_B$,

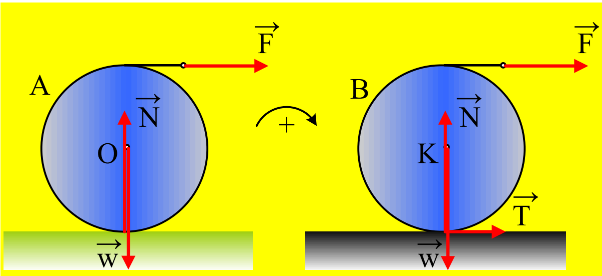
ii) Αν K_A και K_B η κινητική ενέργεια των κυλίνδρων Α και Β αντίστοιχα την στιγμή που ολοκληρώνεται το ξετύλιγμα του νήματος ισχύει:

α) $K_A = 0{,}75\ K_A$, β) $K_A = K_B$, γ) $K_A = 1{,}25\ K_B$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στους κυλίνδρους.



Για τον Α κύλινδρο: $\Sigma F = M\cdot\alpha_{Acm} \rightarrow \alpha_{Acm} = \dfrac{F}{M}$ και

$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{A\gamma\omega\nu} \rightarrow F\cdot R = ½\ MR^2\cdot\alpha_{A\gamma\omega\nu} \rightarrow \alpha_{A\gamma\omega\nu} = \dfrac{2F}{MR}$

Για τον Β κύλινδρο: $\Sigma F = M\cdot\alpha_{Bcm} \rightarrow F+T = M\cdot\alpha_{Bcm}$ (1) και

$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{B\gamma\omega\nu} \rightarrow F\cdot R - T\cdot R = ½\ MR^2\cdot\alpha_{B\gamma\omega\nu}$

και αφού κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει $\alpha_{Bcm} = \alpha_{B\gamma\omega\nu}\cdot R$, οπότε

$F - T = ½\ M\cdot\alpha_{Bcm}$ (2)

Με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (2) παίρνουμε $\alpha_{Bcm} = \dfrac{4F}{3M}$ οπότε $\alpha_{B\gamma\omega\nu} = \dfrac{4F}{3MR}$

i) Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η μεταφορική κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και η στροφική ομαλά επιταχυνόμενη, για τις οποίες ισχύουν:

$x = ½\, α_{cm}\cdot t^2$ (3) και $θ = ½\, α_{γων}\cdot t^2$ (4)

Τη στιγμή που θα ξετυλιχθεί το νήμα μήκους ℓ θα έχουμε $\ell = θ\cdot R = ½\, R\cdot α_{γων}\cdot t^2$ οπότε:

$$\frac{x}{\ell} = \frac{\frac{1}{2}a_{cm}t^2}{\frac{1}{2}a_{γων}Rt^2} = \frac{a_{cm}}{Ra_{γων}} \quad (5)$$

Με αντικατάσταση στην (5) βρίσκουμε $x_A = \ell \dfrac{\frac{F}{M}}{R\cdot\frac{2F}{MR}} = \dfrac{\ell}{2}$ και $x_B = \ell \dfrac{\frac{4F}{3M}}{R\cdot\frac{4F}{3MR}} = \ell = 2x_A$.

Σωστή η α) πρόταση.

ii) Η κινητική ενέργεια κάθε κυλίνδρου είναι ίση με το έργο της ασκούμενης δύναμης $W=F\cdot x$ όπου x η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της δύναμης. Έτσι:

$K_A = W_{FA} = F\cdot(x_A + \ell) = \frac{3}{2}F\ell$ και

$K_B = W_{FB} = F\cdot(x_B + \ell) = 2F\ell$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{3}{4} \rightarrow K_A = 0,75K_B$$

Σωστή η α) πρόταση

Σχόλιο:

Το έργο της στατικής τριβής που ασκείται στον Β κύλινδρο δεν παράγει έργο, αφού δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της, οπότε η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου, είναι ίση με το έργο της ασκούμενης δύναμης F.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης