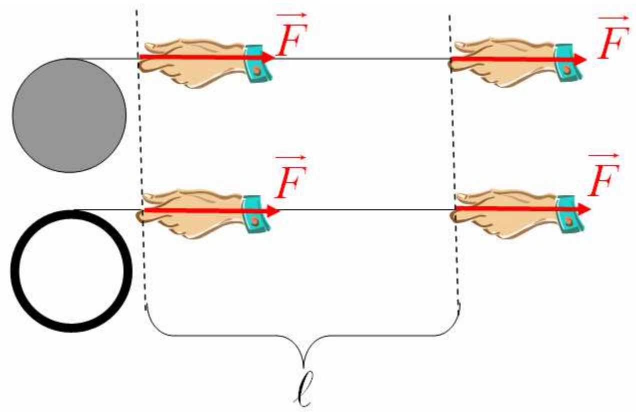
Ένας συμπαγής και ένας κοίλος κύλινδρος.

Ένας συμπαγής και ένας κοίλος κύλινδρος, ίδιας μάζας και ακτίνας, μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τους άξονες συμμετρίας τους οι οποίοι είναι σταθεροί. Η ροπή αδράνειας του συμπαγούς κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I_\sigma = ½mR^2$ ενώ του κοίλου $I_\kappa = mR^2$. Τυλίγουμε στην περιφέρεια και των δύο αβαρή νήματα, ίδιου μήκους, και ασκούμε στα νήματα την ίδια σταθερή δύναμη F. Όταν τα νήματα ξετυλιχτούν τελείως να συγκριθούν:

i) Οι ενέργειες που δαπανήσαμε.
ii) Οι κινητικές ενέργειες των κυλίνδρων.
iii) Οι γωνιακές ταχύτητες.
iv) Οι στροφορμές τους .
v) Οι μέσες ισχείς.

Απάντηση:



i) Γίνεται φανερό (βλ. σχήμα) το ότι παράγεται ίδιο έργο , $W = F \cdot \ell$, σε κάθε περίπτωση.

Θα μπορούσαμε να καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα σκεπτόμενοι ότι το έργο σταθερής ροπής είναι:

$$W = \tau \cdot \Delta\varphi = F \cdot R \cdot \Delta\varphi = F \cdot \Delta S = F \cdot \ell$$

Τούτο δε διότι το μήκος του τόξου είναι όσο με το μήκος του νήματος.

ii) Το προσφερόμενο έργο μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια οπότε οι κύλινδροι αποκτούν ίσες κινητικές ενέργειες λόγω της στροφικής τους κίνησης.

iii) Οι κινητικές ενέργειες είναι ίσες οπότε

$$\frac{1}{2}I_\sigma\omega_\sigma^2 = \frac{1}{2}I_\kappa\omega_\kappa^2 \Rightarrow \frac{I_\kappa}{2}\omega_\sigma^2 = I_\kappa\omega_\kappa^2 \Rightarrow \omega_\kappa = \frac{\omega_\sigma}{\sqrt{2}}$$

Ο συμπαγής λοιπόν κύλινδρος αποκτά μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα.

iv) Για τις στροφορμές τώρα:

$$L_\kappa = I_\kappa\omega_\kappa \quad \text{και} \quad L_\sigma = I_\sigma\omega_\sigma = \frac{I_\kappa}{2}\omega_\kappa\sqrt{2} = \frac{I_\kappa\omega_\kappa}{\sqrt{2}} = \frac{L_\kappa}{\sqrt{2}}$$

Μεγαλύτερη επομένως στροφορμή αποκτά ο κοίλος.

v) Η μέση ισχύς είναι το πηλίκο $\overline{P} = \dfrac{W}{\Delta t}$ όπου Δt είναι ο χρόνος που απαιτήθηκε για να ξετυλιχτεί το νήμα. Ο χρόνος υπολογίζεται από:

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow F.R = \frac{L-0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{F.R}$$

Οπότε $\Delta t_\kappa = \dfrac{L_\kappa}{F.R}$ και $\Delta t_\sigma = \dfrac{L_\sigma}{F.R} = \dfrac{L_\kappa}{F.R\sqrt{2}} = \dfrac{\Delta t_\kappa}{\sqrt{2}}$

Ξετυλίγεται δηλαδή συντομότερα το νήμα στον συμπαγή κύλινδρο.

Στην περίπτωση, επομένως, του συμπαγούς κυλίνδρου η μέση ισχύς είναι μεγαλύτερη μια και παράγεται το ίδιο έργο σε λιγότερο χρόνο.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Γιάννης Κυριακόπουλος