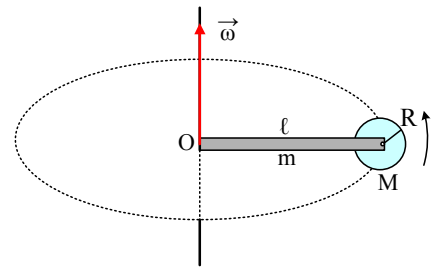


Κινητική ενέργεια στερεού.

Μια σφαίρα μάζας M και ακτίνας R είναι προσδεμένη με ράβδο μήκους ℓ ; και μάζας m , όπως στο σχήμα (η σφαίρα έχει τρυπηθεί και το άκρο της ράβδου φτάνει στο κέντρο της σφαίρας K), έχοντας έτσι δημιουργήσει ένα στερεό Π . Το στερεό αυτό στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο O της ράβδου με γωνιακή ταχύτητα ω .



- i) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του στερεού Π .
- ii) Να υπολογιστεί η παραπάνω ενέργεια στις εξής περιπτώσεις:
 - α) $m \rightarrow 0$
 - β) $m \rightarrow 0$ και $R \rightarrow 0$

δίνεται η ροπή αδράνειας μιας σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I_{cm} = \frac{2}{5} MR^2$ και η αντίστοιχη της ράβδου

ως προς άξονα κάθετο προς αυτήν που περνά από το μέσον της $I_1 = \frac{1}{12} m\ell^2$.

Απάντηση:

- i) Η ροπή αδράνειας του στερεού Π , ως προς τον κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο O , με εφαρμογή του θεωρήματος του Steiner, είναι ίση:

$$I = I_p + I_{\sigma} = \left(\frac{1}{12} m\ell^2 + m \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 \right) + \left(\frac{2}{5} MR^2 + M\ell^2 \right) = \frac{1}{3} m\ell^2 + M \left(\frac{2}{5} R^2 + \ell^2 \right)$$

Έτσι η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m\ell^2 + M \left(\frac{2}{5} R^2 + \ell^2 \right) \right) \cdot \omega^2 \quad \text{ή}$$

$$K = \frac{1}{6} m\ell^2\omega^2 + \frac{1}{2} M\ell^2\omega^2 + \frac{1}{5} MR^2\omega^2 \quad (1)$$

- ii) α) Από την εξίσωση (1) αν $m \rightarrow 0$, παίρνουμε:

$$K = \frac{1}{2} M\ell^2\omega^2 + \frac{1}{5} MR^2\omega^2 \quad (2)$$

β) $m \rightarrow 0$ και $R \rightarrow 0$ θα πάρουμε:

$$K = \frac{1}{2} M\ell^2\omega^2 \quad (3)$$

Σχόλια:

- 1) Η σχέση (1) μπορεί να γραφεί:

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} m \ell^2 \right) \omega^2 + \frac{1}{2} M v_K^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} MR^2 \right) \omega^2$$

Όπου ο πρώτος προσθετέος δίνει την κινητική ενέργεια της ράβδου, ο δεύτερος την κινητική ενέργεια της σφαίρας για μια μεταφορική κίνηση και ο τρίτος την κινητική ενέργεια της σφαίρας για περιστροφική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο της.

Αυτό μας δίνει το δικαίωμα να θεωρήσουμε την κίνηση της σφαίρας σαν σύνθετη. Μια μεταφορική (κυκλική) με ταχύτητα $v_K = \omega \cdot \ell$ και μια στροφική γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο της με γωνιακή ταχύτητα ω .

- 2) Η σχέση (2) μας δίνει την κινητική ενέργεια της σφαίρας όπου οι δύο προσθετέοι μπορούν να θεωρηθούν σαν η μεταφορική και η περιστροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας (απαλλαγμένης από την ράβδο), ενώ η σχέση (3) οδηγεί στην αντιμετώπιση της σφαίρας σαν υλικό σημείο, όπου το μόνο που μπορεί να κάνει είναι να εκτελεί μεταφορική κίνηση.
- 3) Η γωνιακή ταχύτητα ενός στερεού είναι πάντα ίδια ανεξάρτητα ως προς ποιον άξονα μελετάται. Στην περίπτωση μας η γωνιακή ταχύτητα ω της σφαίρας ως προς τον άξονα που περνά από το άκρο Ο της ράβδου είναι ίδια με την γωνιακή ταχύτητα ω , ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο της.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης