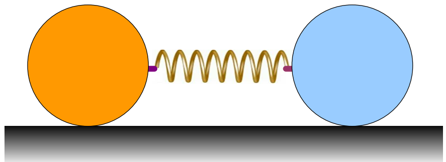
Ένας κύλινδρος με μια σφαίρα.

Στο παρακάτω σχήμα ο κύλινδρος έχει μάζα m_1=14kg και ακτίνα R ενώ η σφαίρα έχει μάζα m_2=15kg και ακτίνα επίσης R. Το σύστημα των δύο στερεών ισορροπεί σε οριζόντιο έδαφος με την βοήθεια ιδανικού οριζόντιου ελατήριου και οριζόντιου νήματος. Το ελατήριο έχει σταθερά K=4200N/m είναι συσπειρωμένο κατά x=0,4m και δεν είναι δεμένο σε κάποιο από τα δύο στερεά. Το κέντρα των δύο στερεών και το ελατήριο βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.



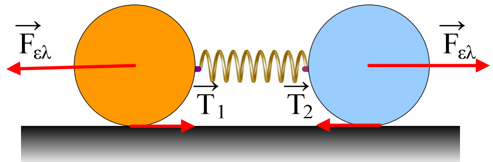
Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και τα δύο σώματα αρχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Να βρεθούν:

i) Οι τελικές ταχύτητες των κέντρων μάζας των στερεών σωμάτων.

ii) Τι ποσοστό της αρχικής ενέργειας του ελατηρίου πήρε τελικά το κάθε στερεό σώμα;

Για την σφαίρα $I_{cm}=0,4MR^2$ και για τον κύλινδρο $I_{cm}= 1/2\ M\cdot R^2$.

Απάντηση:



i) Εφαρμόζοντας τους νόμους του Νεύτωνα για την μεταφορική και στροφική κίνηση του κάθε στερεού σε μια στιγμή που το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά x, έχουμε

Για τον κύλινδρο: $K.x-T_1=m_1.α_1$ (1) $T_1.R= ½\ m_1\cdot R^2\cdot α_{γων1}$ άρα $T_1= ½\ M_1\cdot α_1$ (2)

Από (1) και (2) $K.x=m_1\cdot α_1+0,5\cdot m_1\cdot α_1$ και με αντικατάσταση:

$$100x=21\cdot α_1 \ (3)\ (S.I.)$$

Για την σφαίρα: $K.x-T_2=m_2\cdot α_2$ (4) $T_2\cdot R=0,4\cdot m_2\cdot R^2\cdot α_{γων2}$ άρα $T_2=0,4\cdot m_2\cdot α_2$ (5)

Από (4) και (5) $K.x=m_2\cdot α_2+0,4\cdot m_2\cdot α_2$ και με αντικατάσταση:

$$100x=21\cdot α_2 \ (6)\ (S.I.)$$

Από τις εξισώσεις (5) και (6) παρατηρώ ότι οι επιταχύνσεις των κέντρων μάζας των δύο στερεών είναι συνεχώς ίσες κατά μέτρο. Άρα τα δύο κέντρα μάζας των στερεών θα έχουν συνεχώς την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα, οπότε και οι γωνιακές ταχύτητες των δύο στερεών θα είναι ίσου μέτρου αφού υ=ω·R

Με την βοήθεια της ΑΔΕ για το σύστημα των δύο στερεών θα έχουμε

$$U_{ελ}=K_{μετκυλ}+K_{περκυλ}+K_{μετσφαιρ}+K_{περσφαιρ}$$

$$½\ Kx^2 = ½\ m_1\cdot υ^2 + ½\ I_1\cdot ω^2 + ½\ m_2\cdot υ^2 + ½\cdot I_2\cdot ω^2$$

μετά τις πράξεις βρίσκουμε υ=4m/s.

i) Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου θα είναι:

$$K_{κυλ}=½\ m_1\cdot υ^2 + ½\ I_1\cdot ω^2 =168J$$

Ενώ η κινητική ενέργεια της σφαίρας θα είναι:

$$K_{σφ}= ½\ m_2·υ^2 + ½\ I_2·ω^2 =168J$$

Άρα το κάθε στερεό πήρε το 50% της αρχικής ενέργειας του ελατηρίου.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Χρήστος Ελευθερίου