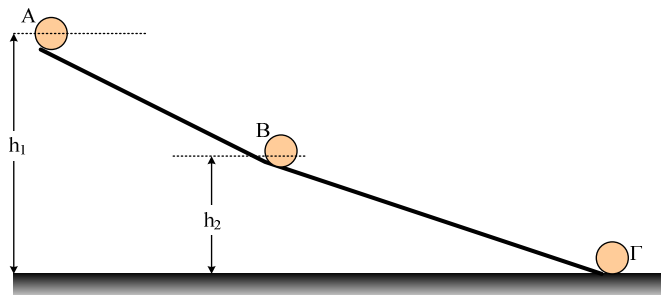


Κύλιση και ολίσθηση σφαίρας.

Μια μικρή σφαίρα ακτίνας $r=5\text{cm}$ αφήνεται να κινηθεί από τη θέση Α σε ύψος $h_1=13,25\text{m}$ κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ΑΒ, όπου κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Φτάνοντας στο Β σε ύψος $h_2=6,25\text{m}$ συνεχίζει την κίνησή της κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου ΒΓ.



Ζητούνται:

- i) Η ταχύτητα του κέντρου Ο της σφαίρας και η γωνιακή της ταχύτητα στη θέση Γ.
- ii) Αν ο χρόνος κίνησης από το Β στο Γ είναι $t_1=1\text{s}$, ποια η γωνία που σχηματίζει το κεκλιμένο επίπεδο ΒΓ με το οριζόντιο επίπεδο;

Για την σφαίρα $I=2mr^2/5$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ ανάμεσα στις θέσεις Α και Β, θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Β.

$$K_A+U_A=K_B+U_B \quad \text{ή} \quad mg(h_1-h_2) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Αφού όμως η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει $v=\omega \cdot r$ και παίρνουμε:

$$mg(h_1-h_2) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}2mr^2 \cdot \omega^2/5 \quad \text{ή}$$

$$mg(h_1-h_2) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mv^2 \quad \text{ή}$$

$$10g(h_1-h_2) = 7v^2 \quad \text{ή} \quad v_B = 10\text{m/s},$$

$$\text{οπότε και } \omega=v/r = 10/0,05 \text{ rad/s} = 200\text{rad/s}.$$

- ii) Παίρνουμε τώρα ξανά την ΑΔΜΕ μεταξύ των θέσεων Β και Γ και έχουμε:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv_\Gamma^2,$$

αφού το επίπεδο είναι λείο η γωνιακή ταχύτητα δεν μεταβάλλεται, οπότε:

$$v_\Gamma^2 = v_B^2 + 2gh_2 = 100 + 2 \cdot 10 \cdot 6,25 = 100 + 125 = 225\text{m}^2/\text{s}^2 \quad \text{ή}$$

$$v_\Gamma = 15\text{m/s}.$$

Για την μεταφορική κίνηση από το Β στο Γ ισχύει:

$v=v_0+at$, όπου a η επιτάχυνση του κέντρου Ο της σφαίρας.

$$\text{Άρα } a=(v-v_0)/t = 5\text{m/s}^2.$$

Αλλά η δύναμη που επιταχύνει τη σφαίρα είναι η συνιστώσα w_x του βάρους με μέτρο $w_x=mgh\mu\theta$.

$$\text{Έτσι } mgh\mu\theta=ma \quad \text{ή} \quad h\mu\theta=a/g = \frac{1}{2}, \quad \text{οπότε } \theta=30^\circ.$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης