

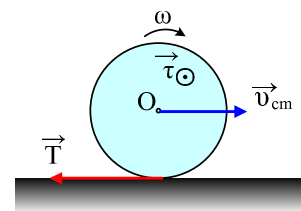
Έργο ζεύγους δυνάμεων.

Μια σφαίρα μάζας 10kg και ακτίνας 0,2m, κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας $v_{cm}=10\text{m/s}$. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω της μια σταθερή ροπή, ενός ζεύγους δυνάμεων, οπότε η σφαίρα σταματά σε απόσταση $x=3,5\text{m}$, χωρίς να ολισθήσει στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

- i) Πού οφείλεται η μείωση της ταχύτητας του κέντρου μάζας;
- ii) Να σχεδιάσετε ένα σχήμα στο οποίο να φαίνεται το διάνυσμα της ροπής.
- iii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης ροπής.

Απάντηση:

- i) Αφού στη διάρκεια της επιβράδυνσης της σφαίρας δεν υπάρχει ολίσθηση, η ασκούμενη τριβή, είναι στατική και είναι η δύναμη που μειώνει την ταχύτητα της μεταφορικής κίνησης.
- ii) Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάνυσμα της ροπής, κάθετο στο επίπεδο με φορά προς τα έξω, αφού η γωνιακή ταχύτητα είναι κάθετη στο επίπεδο με φορά προς τα μέσα και για να μειωθεί, θα πρέπει η γωνιακή επιτάχυνση να έχει αντίθετη φορά.



Να σημειωθεί ότι η γωνιακή επιτάχυνση θα έχει την φορά της ασκούμενης συνολικής ροπής, αλλά η φορά της ροπής της τριβής είναι προς τα μέσα. Προσέξτε λοιπόν ότι η ασκούμενη ροπή του ζεύγους θα πρέπει να είναι προς τα έξω και να έχει μέτρο μεγαλύτερο από το μέτρο της ροπής της τριβής.

- iii) Εφαρμόζουμε για την σύνθετη κίνηση της σφαίρας το Θ.Μ.Κ.Ε και έχουμε:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_N + W_T + W_\tau \quad (1)$$

Αλλά $W_w = W_N = 0$ αφού είναι κάθετες στην μετατόπιση και δεν έχουν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής, ενώ $W_T = 0$ αφού η τριβή είναι στατική και ασκείται σε σημείο που έχει ταχύτητα μηδέν.

Έτσι από την (1) έχουμε:

$$-\frac{1}{2}mv_{cm}^2 - \frac{1}{2}I\omega^2 = -\tau\theta$$

όπου θ η γωνία περιστροφής μέχρι να σταματήσει η σφαίρα. Έτσι αφού η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ο-

λισθαίνει θα ισχύει $v_{cm} = \omega \cdot R$, ενώ $\theta = \frac{x}{R}$ θα έχουμε:

$$-\frac{1}{2}mv_{cm}^2 - \frac{1}{2} \frac{2}{5}mR^2\omega^2 = -\tau \frac{x}{R} \rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}mv_{cm}^2 - \frac{1}{5}mv_{cm}^2 = -\tau \frac{x}{R} \rightarrow$$

$$\tau = \frac{7mv_{cm}^2 R}{10x} \rightarrow \tau = 40\text{N}\cdot\text{m}.$$

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης