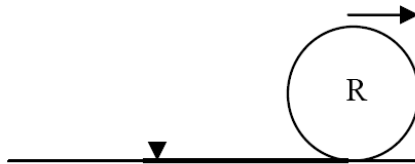


Κίνηση ρολού.

Ρολό χαρτιού με αρχική ακτίνα R βρίσκεται σε οριζόντια επιφάνεια με το ένα άκρο του χαρτιού πιασμένο με πινέξες. Στο ρολό δίνουν μια ελαφριά ώθηση (θεωρούμε ότι η αρχική ταχύτητα $u_0 = 0$) και το χαρτί ξετυλίγεται. Βρείτε την ταχύτητα του κέντρου μάζας όταν η ακτίνα του ρολού γίνεται r . Υποθέτουμε ότι το ρολό είναι ομογενές κύλινδρος με ροπή αδράνειας $I = \frac{1}{2} m r^2$, όπου m η μάζα του απομένοντος ρολού και ρ η ακτίνα του.



Απάντηση:

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο ρολό είναι το βάρος του η καθετή αντίδραση από το δάπεδο και η τάση από το χαρτί όπου έχει ξετυλιχθεί. Όλες οι παραπάνω δυνάμεις δεν παράγουν έργο. Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας για τις καταστάσεις όπου αρχικά το ρολό έχει ακτίνα R και τελικά όπου έχει ακτίνα $r < R$, έχουμε:

Εμ_{αρχ} (αρχ) = Εμ_{τελ} (τελ) (θεωρούμε ότι η αρχική ταχύτητα $u_0 = 0$ από εκφώνηση) άρα

$$m_{APX} g R = (1/2) m_{TEΛ} u_{CM}^2 + (1/2) I \omega^2 + m_{TEΛ} g r$$

$$m_{APX} g R = (1/2) m_{TEΛ} u_{CM}^2 + (1/2) \{ (1/2) m_{TEΛ} r^2 \} \omega^2 + m_{TEΛ} g r \quad (1)$$

όμως το ρολό κυλιέται άρα ισχύει: $\omega r = u_{CM}$ (2)

από (1) και (2): $m_{APX} g R = (3/4) m_{TEΛ} u_{CM}^2 + m_{TEΛ} g r$ (3)

Η πυκνότητα d του ρολού είναι σταθερή άρα:

$$m_{APX}/V_{APX} = m_{TEΛ}/V_{TEΛ} \leftrightarrow m_{APX}/\pi R^2 h = m_{TEΛ}/\pi r^2 h,$$

Όπου h : το πλάτος του κυλινδρικού ρολού

$$\text{άρα: } m_{APX}/R^2 = m_{TEΛ}/r^2 \quad (4)$$

Η (3) με τη βοήθεια της (4):

$$m_{APX} g R = (3/4) m_{APX} \{ r^2/R^2 \} u_{CM}^2 + m_{APX} \{ r^2/R^2 \} g r \leftrightarrow$$

$$g R = (3/4) \{ r^2/R^2 \} u_{CM}^2 + \{ r^3/R^2 \} g \leftrightarrow$$

$$(3/4) \{ r^2/R^2 \} u_{CM}^2 = g R - \{ r^3/R^2 \} g \leftrightarrow$$

$$(3/4) r^2 u_{CM}^2 = (R^3 - r^3) g \leftrightarrow$$

$$u_{cm} = \sqrt{\frac{4g(R^3 - r^3)}{3r^2}}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

