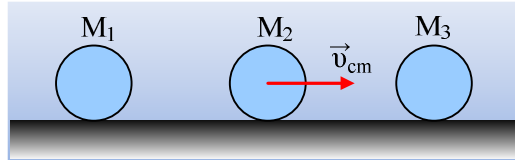


Κρούσεις τριών ελαστικών σφαιρών.

Τρεις τέλεια ελαστικές και ίδιας ακτίνας $R=0,2m$ σφαίρες βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Με κάποιον τρόπο αναγκάζουμε την μεσαία σφαίρα να κυλίσει χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο λείο επίπεδο με αρχική ταχύτητα του κέντρου μάζας του $v_{cm}=10m/s$ έτσι ώστε να πλησιάζει προς την δεξιά σφαίρα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Οι σφαίρες έχουν μάζες $M_1=M_2=1Kg$, ενώ η τρίτη σφαίρα έχει μάζα $M_3=4Kg$. Οι σφαίρες με μάζα M_1 και M_3 είναι αρχικά ακίνητες. Αν όλες οι κρούσεις που θα πραγματοποιηθούν είναι ελαστικές και γίνονται ακαριαία να βρεθούν:

- Τα μέτρα των τελικών ταχυτήτων των κέντρων μάζας όλων των σφαιρών
- Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας με μάζα M_2 που μεταφέρθηκε στην σφαίρα με μάζα M_3 .
- Το ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του χαμηλότερου σημείου της σφαίρας με μάζα M_2 .

Για τη σφαίρα δίνεται $I_{cm}=0,4MR^2$.

Απάντηση:

A) Για να κυλίεται η σφαίρα θα πρέπει να έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{v_{cm}}{R} = 50r/s$

Κατά την διάρκεια της κρούσης οι δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι κεντρικές που δεν μπορούν να προκαλέσουν ροπές. Έτσι η γωνιακή ταχύτητα της μεσαίας σφαίρας θα είναι συνεχώς σταθερή. Έτσι για την πρώτη ελαστική κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών M_2 και M_3 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους τύπους της ελαστικής κρούσης ακίνητης με κινούμενη σφαίρα. Έτσι

$$v_3 = \frac{2M_2 v_{cm}}{M_2 + M_3} = 4m/s$$

$$v_2 = \frac{(M_2 - M_3)v_{cm}}{M_2 + M_3} = -6m/s$$

Η δεύτερη σφαίρα επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου $6m/s$ και ταυτόχρονα περιστρέφεται δεξιόστροφα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=50r/s$.

Η δεύτερη σφαίρα πέφτει με ταχύτητα του κέντρου μάζας του πάνω στην πρώτη σφαίρα που όμως έχει την ίδια μάζα με την δεύτερη σφαίρα. Έτσι οι δύο σφαίρες θα ανταλλάξουν ταχύτητες με την πρώτη σφαίρα να αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_1=6m/s$.

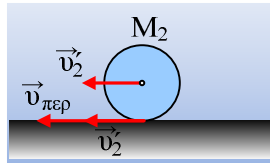
Η μεσαία σφαίρα έχει μετά την δεύτερη κρούση μόνο γωνιακή ταχύτητα περιστροφής μιας η γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας του μηδενίστηκε εξαιτίας της δεύτερης κρούσης με την σφαίρα μάζας M_1 .

Β) Η αρχική κινητική ενέργεια της μεσαίας σφαίρας ήταν $K_{ολ} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = 70J$

Η κινητική ενέργεια της τρίτης σφαίρας είναι $K_3 = \frac{1}{2} M_3 v_3^2 = 32J$ άρα το ποσοστό θα είναι

$$\Pi = 32 \cdot 100 / 70 = 45,7\%$$

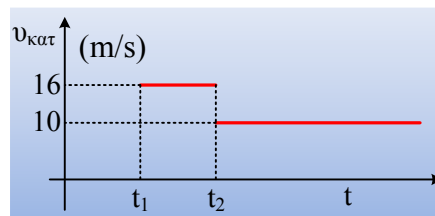
Γ) Η μεσαία σφαίρα αρχικά κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει άρα και η ταχύτητα του χαμηλότερου της σημείου θα είναι μηδενική μέχρι την στιγμή της πρώτης κρούσης. Μετά την πρώτη κρούση η σφαίρα κινείται προς τα αριστερά αλλά περιστρέφεται δεξιόστροφα άρα η συνολική της ταχύτητα θα είναι με βάση το σχήμα



$$\text{θα είναι } v_{ολ} = v_2' + v_{περ} = 6m/s + 10m/s = 16m/s$$

Μετά και τη δεύτερη κρούση η μεσαία σφαίρα μόνο περιστρέφεται άρα η μοναδική ταχύτητα που έχει το κατώτερο σημείο της σφαίρας είναι η $v_{περ} = 10m/s$

Έτσι το μέτρο της ταχύτητας του χαμηλότερου σημείου της μεσαίας σφαίρας θα δίνεται ποιοτικά από το παρακάτω σχήμα με την προϋπόθεση ότι η πρώτη κρούση έγινε την στιγμή t_1 και η δεύτερη κρούση έγινε την χρονική στιγμή t_2 .



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Χρήστος Ελευθερίου