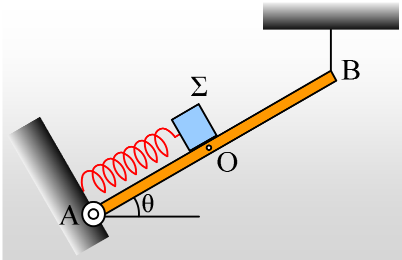
Μια ταλάντωση σώματος σε πλάγια σανίδα.

Η σανίδα του σχήματος, μήκους 2m και μάζας M=4kg, έχει αρθρωθεί στο άκρο της Α, ενώ το άλλο της άκρο Β είναι δεμένο με κατακόρυφο νήμα και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου ημθ=0,6. Πάνω στη σανίδα, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, ο άξονας του οποίου είναι παράλληλος με τη ράβδο, ισορροπεί ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=2kg. Η θέση ισορροπίας του σώματος Σ είναι το μέσον Ο της σανίδας.



i) Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος.

ii) Μετακινούμε το σώμα Σ, προς τα πάνω κατά μήκος της σανίδας, κατά 0,2m και σε μια στιγμή που θεωρούμε t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.

α) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.

β) Θεωρώντας θετική την αρχική απομάκρυνση, να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

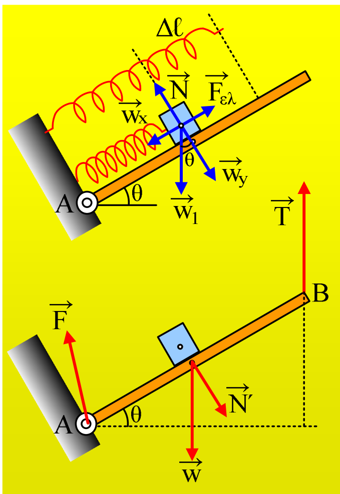
δ) Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ, τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

Δίνονται $\pi^2 \approx 10$ και $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ, φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Το σώμα ισορροπεί, οπότε:

N=mg·συνθ και $F_{ελ}$=mg·ημθ → kΔℓ=mg·ημθ. (1)



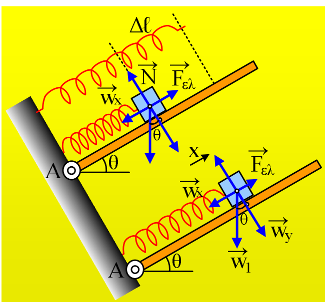
i) Στη σανίδα ασκούνται οι δυνάμεις που φαίνονται στο κάτω σχήμα, όπου N΄η αντίδραση της N, με μέτρο N΄= mg·συνθ=2·10·0,8N=16N.

Η σανίδα ισορροπεί, οπότε ΣF=0 και $Στ_A$=0 →

$$T \cdot \ell \cdot συνθ - N'\frac{\ell}{2} - Mg \cdot \frac{\ell}{2} συνθ = 0 \rightarrow$$

T·συνθ= ½ N΄+ ½ Mg·συνθ= ½ ·16N+ ½ 4·10·0,8N=24N.→ T=30N.

ii) α) Έστω το σώμα Σ, σε απομάκρυνση x από την θέση ισορροπίας. Για την συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση x (παράλληλη στη σανίδα) έχουμε:



$$ΣF_x = F_{ελ} - w_{1x} = k(\Delta\ell - x) - mgημθ = k\Delta\ell - kx - mg \cdot ημθ \xrightarrow{(1)} ΣF_x = -kx$$

Συνεπώς το σώμα εκτελεί ΑΑΤ και επειδή ξεκινά με μηδενική ταχύτητα από απομάκρυνση 0,2m, το πλάτος της ταλάντωσης αυτής θα είναι

A=0,2m.

β) Το σώμα ξεκινά την ταλάντωσή του από την ακραία θετική απομάκρυνση, συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι x=Αημ(ωt+φ_0) όπου για t=0, x=+A, άρα φ_0= $\frac{\pi}{2}$) και $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{2}} rad/s \rightarrow$

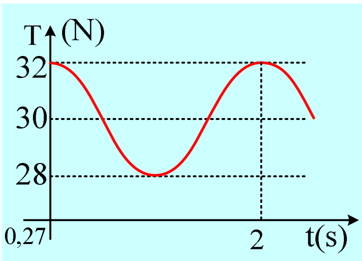
ω=π, οπότε x=0,2·ημ(πt+π/2) οπότε υ=ωΑ·συν(πt+π/2) =0,2π·συν(πt+$\frac{\pi}{2}$) μονάδες S.I.

γ) Η σανίδα ισορροπεί, οπότε ξανά $\Sigma\tau_A$=0 $\rightarrow T \cdot \ell \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - N'\left(\frac{\ell}{2} + x\right) - Mg \cdot \frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\theta = 0 \rightarrow$

T·2·0,8=16·1+16·0,2ημ(πt+$\frac{\pi}{2}$) +4·10·1·0,8→ T=30 +2· ημ(πt+$\frac{\pi}{2}$) ή

T= 30 +2·συνπt (μονάδες στο S.I.)

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση είναι:



δ) Η περίοδος ταλάντωσης είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2s$, συνεπώς τη στιγμή t_1=0,5s= ¼ T το σώμα περνά από την θέση ισορροπίας του, όπου ΣF=0. Οπότε έχουμε:

$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F = 0 \text{ αλλά και } \frac{dK}{dt} = |\Sigma F| \cdot |\upsilon| \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = 0$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης