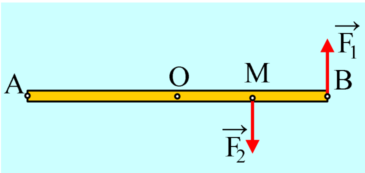
Μια σανίδα σε παγωμένη λίμνη.



Σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια σανίδα μήκους ℓ=6m και μάζας 8kg. Σε μια στιγμή, t=0, ασκούμε πάνω της δυο οριζόντιες παράλληλες σταθερού μέτρου δυνάμεις $F_1=F_2=12\pi$ N, όπως στο σχήμα, όπου (ΜΒ)= 1,5m, οι οποίες παραμένουν συνεχώς κάθετες στη σανίδα.

i) Η σανίδα θα περιστραφεί οριζόντια γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το:

α) Το άκρο Α, β) Το μέσον της Ο, γ) Το μέσον της ΜΒ.

ii) Να βρείτε τις ταχύτητες (μέτρο και κατεύθυνση) του μέσου Ο και του άκρου Β τη στιγμή t_1=2s.

iii) Για τη στιγμή t_1 να βρεθούν:

α) Η στροφορμή της σανίδας και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της, ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της Ο.

β) Η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σανίδας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της

$$I=\frac{1}{12}M\ell^2.$$

Απάντηση:

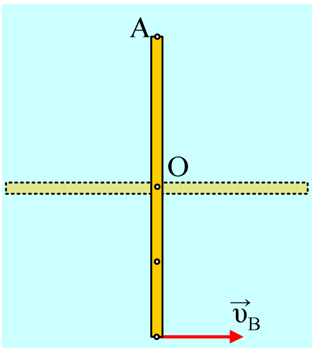
i) Το σύστημα των δύο αντιπαραλλήλων δυνάμεων αποτελεί ένα ζεύγος δυνάμεων, μηδενικής συνισταμένης, ενώ έχει ροπή τ=F·d, όπου d η απόσταση μεταξύ των δύο δυνάμεων. Έτσι η σανίδα θα περιστραφεί γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της, το Ο. Σωστό το β).

ii) Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής της σανίδας (αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού) έχουμε με εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα:

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

$$F\cdot\frac{\ell}{4}=\frac{1}{12}M\ell^2 a_{\gamma\omega\nu} \rightarrow a_{\gamma\omega\nu}=\frac{3F}{M\ell}=\frac{3\cdot 12\pi}{8\cdot 6}r/s^2=\frac{3\pi}{4}r/s^2$$

Άρα η σανίδα εκτελεί στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, οπότε για t=2s έχουμε:



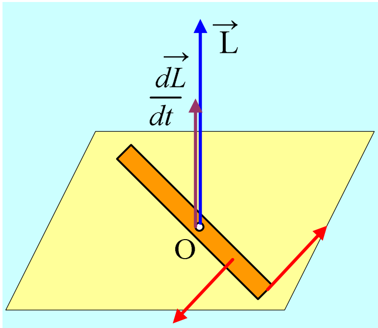
$$\omega=\alpha_{\gamma\omega\nu}.t=\frac{3\pi}{4}\cdot 2r/s=\frac{3\pi}{2}r/s \text{ και}$$

$$\theta=\frac{1}{2}a_{\gamma\omega\nu}t^2=\frac{1}{2}\frac{3\pi}{4}\cdot 2^2 rad=\frac{3\pi}{2}rad$$

Συνεπώς η σανίδα βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Το κέντρο Ο είναι ακίνητο, ενώ η ταχύτητα του άκρου Β είναι:

$$\upsilon=\omega\cdot R=\frac{3\pi}{2}\cdot\frac{\ell}{2}=4{,}5\pi\ m/s=14{,}1\,m/s$$



α) Η στροφορμή, έχει τη διεύθυνση του νοητού άξονα περιστροφής, είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και μέτρο:

$$L = I\cdot\omega = \frac{1}{12}M\ell^2\cdot\omega = \frac{1}{12}8\cdot 6^2\cdot\frac{3\pi}{2}kgm^2/s = 36\pi\ kgm^2/s$$

Την ίδια κατεύθυνση έχει και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής με μέτρο:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = F_1\frac{\ell}{4} = 3\pi\cdot\frac{6}{4}kgm^2/s^2 = 4{,}5\,kgm^2/s^2$$

β) Η κινητική ενέργεια της σανίδας είναι ίση:

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{12}M\ell^2\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{12}8\cdot 6^2\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2 J \approx 266{,}5J$$

Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της:

$$\frac{dK}{dt} = P_\tau = F_1\frac{\ell}{4}\cdot\omega = 3\pi\frac{6}{4}\cdot\frac{3\pi}{2}J/s \approx 66{,}6J/s$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης