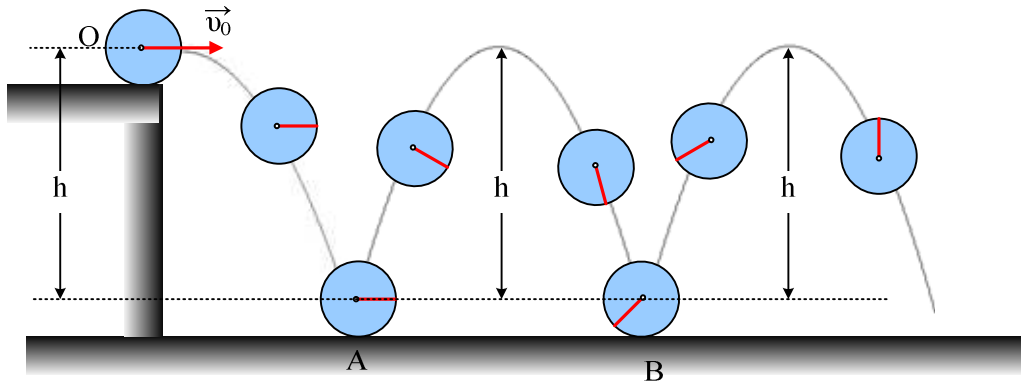
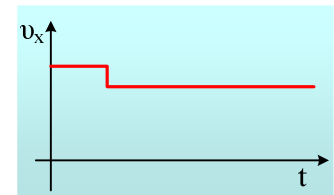


Μια οριζόντια εκτόξευση σφαίρας.

Από ορισμένο ύψος εκτοξεύουμε οριζόντια μια σφαίρα με αρχική ταχύτητα v_0 και χωρίς γωνιακή ταχύτητα. Στο σχήμα φαίνεται η τροχιά της σφαίρας, αλλά και η σφαίρα σε διάφορες θέσεις. Παρατηρείστε ότι στις θέσεις μετά την πρώτη κρούση, στο σημείο A, η σφαίρα περιστρέφεται, ενώ μετά από κάθε αναπήδηση, φτάνει στο αρχικό ύψος h .

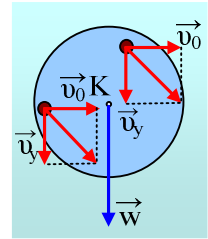


- i) Η κίνηση της σφαίρας μεταξύ της αρχικής θέσης O και της θέσης A είναι:
 - α) Μεταφορική
 - β) Στροφοκική
 - ii) Μπορείτε να ερμηνεύσετε:
 - α) Γιατί η σφαίρα, ενώ αρχικά δεν στρέφεται, μετά την πρώτη κρούση, αποκτά γωνιακή ταχύτητα;
 - β) Γιατί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, μεταξύ πρώτης και δεύτερης κρούσης (θέσεις A-B), παραμένει σταθερή;
 - iii) Πάρτε τη σφαίρα σε επαφή με το έδαφος (θέση A). Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω της. Ποιο είναι το αποτέλεσμα της δράσης κάθε δύναμης;
 - iv) Παίρνοντας τη γραφική παράσταση της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας v_x σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει η γραφική παράσταση, του διπλανού σχήματος. Γιατί μειώνεται η ταχύτητα κατά την πρώτη κρούση; Γιατί στις επόμενες κρούσεις δεν συμβαίνει κάτι αντίστοιχο; Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα στη θέση B, στη διάρκεια της 2^{ης} κρούσης.
 - v) Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας στη διάρκεια της 2^{ης} κρούσης:
 - α) Είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.
 - β) Είναι πλάγια με φορά προς τα πάνω.
 - γ) Έχει μέτρο $2m\sqrt{2gh}$
 - δ) Έχει μέτρο μικρότερο από $2m\sqrt{2gh}$
- Ποιες από τις προτάσεις αυτές είναι σωστές και ποιες όχι.



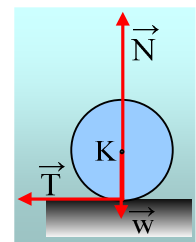
Απάντηση:

- i) Η κίνηση μέχρι την πρώτη κρούση είναι μεταφορική, αφού όλα τα σημεία της σφαίρας έχουν την αρχική ταχύτητα, στον οριζόντιο άξονα x , ενώ επιταχύνονται με επιτάχυνση g , κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, συνεπώς κάθε στιγμή έχουν όλα την ίδια ταχύτητα. Εξάλλου στη σφαίρα δεν ασκείται καμιά ροπή, που να προσδώσει γωνιακή επιτάχυνση και έτσι να αρχίσει να περιστρέφεται. Το βάρος περνά από το κέντρο της K , οπότε η ροπή του ως προς το K είναι μηδενική.



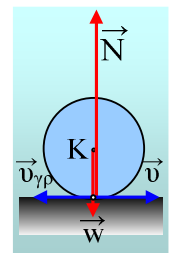
- ii) α) Στη διάρκεια της πρώτης κρούσης στην σφαίρα ασκήθηκε οριζόντια δύναμη τριβής, η ροπή της οποίας προκάλεσε γωνιακή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα η σφαίρα να αρχίσει να περιστρέφεται.
β) Μεταξύ των δύο κρούσεων η μόνη ασκούμενη δύναμη, το βάρος, δεν έχει ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της σφαίρας (μια οριζόντια διάμετρό της, κάθετη στο επίπεδο της σελίδας), οπότε η γωνιακή ταχύτητα παραμένει σταθερή.

- iii) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ασκούμενες δυνάμεις, όπου N η κάθετη αντίδραση του επιπέδου, μια μεταβλητού μέτρου δύναμη, η οποία (μαζί με το βάρος) θα προκαλέσει την μεταβολή της ορμής στην κατακόρυφη διεύθυνση, με αποτέλεσμα η σφαίρα να κινηθεί ξανά προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα u_y , ίσου μέτρου με την κατακόρυφη συνιστώσα, με την οποία έφτασε στο έδαφος. Εξάλλου, επειδή η σφαίρα είχε οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας, θα ασκηθεί πάνω της δύναμη τριβής ολίσθησης, η οποία και θα μειώσει την συνιστώσα αυτή.



- iv) Είπαμε προηγουμένως ότι η τριβή ολίσθησης κατά την πρώτη κρούση, επιβραδύνει την οριζόντια κίνηση της σφαίρας, για όσο χρόνο ασκείται, αλλά ταυτόχρονα επιταχύνει την περιστροφική της κίνηση, θέτοντας την σε περιστροφή. Αλλά με βάση το διάγραμμα που δίνεται, κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει στις επόμενες κρούσεις. Γιατί;

Το σημείο επαφής της σφαίρας με το έδαφος, στη διάρκεια της 2^{ης} κρούσης, στην οριζόντια διεύθυνση, έχει μια συνιστώσα ταχύτητας $v_{cm}=v_x$ εξαιτίας της μεταφορικής κίνησής της και μια $v_{γρ}=\omega \cdot R$. Αφού η ταχύτητα v_x δεν μεταβάλλεται, σημαίνει ότι δεν ασκείται στη σφαίρα οριζόντια δύναμη τριβής, αλλά για να συμβαίνει αυτό, θα πρέπει να ισχύει $v_{cm}=\omega \cdot R$, δηλαδή συμπεραίνουμε ότι στη διάρκεια της 1^{ης} κρούσης, με την εξάσκηση της τριβής ολίσθησης, η σφαίρα εξασφαλίζει την κύλιση της, πριν ολοκληρωθεί η κρούση.



- v) Στην κατακόρυφη διεύθυνση, κατά την πτώση της, η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση και ισχύουν: $v=gt$ και $h= \frac{1}{2} gt^2$, οπότε με απαλοιφή του χρόνου παίρνουμε $v_y = \sqrt{2gh}$. Μετά την 2^η κρούση η σφαίρα ανεβαίνει προς τα πάνω κατά h , με βάση το σχήμα. Τι συμβαίνει στο μέγιστο ύψος; Για όσο χρόνο η σφαίρα έχει κατακόρυφη ταχύτητα, ανέρχεται, συνεπώς στο μέγιστο ύψος μηδενίζεται η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας, ενώ έχει οριζόντια συνιστώσα ταχύτητας σταθερή, αφού η μόνη δύναμη που δέχεται, το βάρος, είναι κατακόρυφη. Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ για τη σφαίρα από τη στιγμή αμέσως μετά την 2^η κρούση μέχρι να φτάσει στο μέγιστο ύψος και έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh \rightarrow$$

$$v_y' = v_y = \sqrt{2gh}$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι στην κατακόρυφη διεύθυνση η σφαίρα πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου $v_y = \sqrt{2gh}$ με φορά προς τα κάτω, ενώ μετά την κρούση έχει ίδιου μέτρου ταχύτητα με φορά προς τα πάνω (ελαστική κρούση). Θεωρώντας την προς τα κάτω φορά θετική, έχουμε:

$$\Delta \vec{P}_y = \vec{P}_{\text{τελυ}} - \vec{P}_{\text{αρχ}} \rightarrow \Delta P = mv_{\text{τελυ}} - mv_{\text{αρχ}} \rightarrow \Delta P = -2m\sqrt{2gh}$$

Εξάλλου, με βάση τα προηγούμενα η ορμή στην οριζόντια διεύθυνση παραμένει σταθερή, οπότε οι απαντήσεις είναι:

- α) Είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω. **Σ.**
- β) Είναι πλάγια με φορά προς τα πάνω. **Λ.**
- γ) Έχει μέτρο $2m\sqrt{2gh}$ **Σ.**
- δ) Έχει μέτρο μικρότερο από $2m\sqrt{2gh}$ **Λ.**

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης