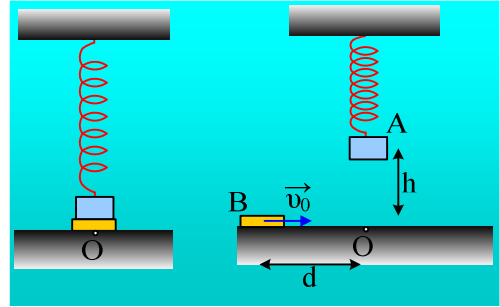


### Μη μετωπική πλαστική κρούση και ενέργειες.

Το σώμα Α, μάζας  $m_1=1\text{kg}$  ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σε επαφή με το σώμα Β, μάζας  $m_2=0,4\text{kg}$  που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Ο. Στη θέση αυτή δεν ασκείται δύναμη μεταξύ των δύο σωμάτων, ενώ το ελατήριο, σταθεράς  $k=40\text{N/m}$ , έχει μήκος  $0,8\text{m}$ . Ανεβάζουμε το Α σώμα, κατακόρυφα κατά  $h=1/2\pi\text{ m}$  και μετακινούμε το σώμα Β, προς τα αριστερά, κατά  $d$ . Σε μια στιγμή αφήνουμε το σώμα Α ελεύθερο,



ενώ ταυτόχρονα εκτοξεύουμε με κατάλληλη ταχύτητα  $u_0$ , το Β σώμα, προς την αρχική του θέση Ο. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά φτάνοντας στο Ο και κατόπιν το συσσωμάτωμα συνεχίζει οριζόντια, φτάνοντας μέχρι το σημείο Ρ, σε απόσταση  $(OP)=0,6\text{m}$ , όπου και σταματά στιγμιαία, πριν κινηθεί ξανά προς το Ο. Τα δύο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων, ενώ  $\pi^2 \approx 10$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

- Να υπολογιστεί η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
- Ποια η αρχική ταχύτητα  $u_0$  του σώματος Β και από ποια απόσταση  $d$  είχε εκτοξευθεί το Β σώμα;
- Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Α που οφείλεται στην κρούση.
- Αν είχαμε ανεβάσει το Α σώμα κατά  $h'=2h=1/\pi$ , πόσο θα έπρεπε να γινόταν η αρχική ταχύτητα του Β σώματος, ώστε από την ίδια απόσταση  $d$ , να είχαμε ξανά παρόμοια κρούση;

#### Απάντηση:

- Αφού δεν ασκείται δύναμη μεταξύ των σωμάτων, το Α σώμα ισορροπεί, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά  $\Delta\ell$ . Εξάλλου αφού το σώμα ισορροπεί:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{ελ}-m_1g \rightarrow \Delta\ell = \frac{m_1g}{k} = \frac{1 \cdot 10}{40} \text{m} = 0,25\text{m}.$$

Έστω ότι το συσσωμάτωμα σταματά στη θέση Ρ. Το τρίγωνο ΟΚΡ, στο διπλανό σχήμα, είναι ορθογώνιο, οπότε από Π.Θ. παίρνουμε:

$$(KP) = \sqrt{(KO)^2 + (OP)^2} = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} \text{m} = 1\text{m}$$

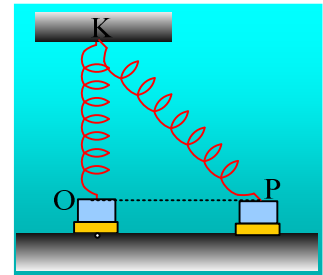
Στην αρχική του θέση, το ελατήριο είχε μήκος  $0,8\text{m}$  και επιμήκυνση  $0,25\text{m}$ , συνεπώς το φυσικό μήκος του είναι  $\ell_0 = 0,8\text{m} - 0,25\text{m} = 0,55\text{m}$ .

Αλλά τότε στην τελική θέση Ρ, το ελατήριο έχει επιμήκυνση  $\Delta\ell' = 1\text{m} - 0,55\text{m} = 0,45\text{m}$

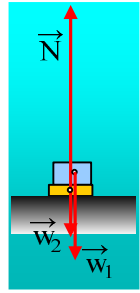
Για την κίνηση του συσσωματώματος από το Ο (αμέσως μετά την κρούση) μέχρι τη θέση Ρ, η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι η δύναμη του ελατηρίου, η οποία είναι συντηρητική δύναμη, συνεπώς η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 = \frac{1}{2}k(\Delta\ell')^2 \rightarrow$$

$$V = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}((\Delta\ell')^2 - (\Delta\ell)^2)} = \sqrt{\frac{40}{1+0,4}(0,45^2 - 0,25^2)} \text{m/s} = 2\text{m/s}$$



- ii) Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων **δεν** διατηρείται, κατά την **μη** μετωπική τους κρούση, αφού στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε ορμή πριν, αλλά όχι μετά την κρούση. Ισοδύναμα το σύστημα των δύο σωμάτων, δεν είναι μονωμένο, αφού η κάθετη αντίδραση που δέχεται το Β σώμα από το έδαφος, είναι πολύ μεγαλύτερη του βάρους, στη διάρκεια της κρούσης. Δεν ασκούνται όμως **οριζόντιες εξωτερικές** δυνάμεις στο σύστημα, συνεπώς ισχύει:



$$P_{\text{αρχ},\chi} = P_{\text{τελ},\chi} \rightarrow m_2 \cdot v_0 = (m_1 + m_2) \cdot V$$

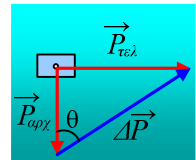
$$v_0 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} V = \frac{1 + 0,4}{0,4} 2 \text{ m/s} = 7 \text{ m/s}$$

Εξάλλου η αρχική θέση του Α σώματος είναι η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης που θα εκτελέσει όταν αφεθεί να κινηθεί. Το χρονικό διάστημα, από τη στιγμή που αφήνεται το Α σώμα, μέχρι τη στιγμή της κρούσης είναι ίσο με:

$$t_1 = \frac{1}{4} T = \frac{1}{4} 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{40}} \text{ s} = 0,25 \text{ s}$$

$$\text{Αλλά τότε } d = v_0 \cdot t_1 = 7 \cdot 0,25 \text{ m} = 1,75 \text{ m}.$$

- iii) Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται η αρχική και η τελική ορμή του σώματος Α, με μέτρα:



$$P_{\text{αρχ}} = m_1 \cdot v_1 = m_1 \omega A = m_1 \sqrt{\frac{k}{m_1}} h = 1 \sqrt{\frac{40}{1}} \frac{1}{2\pi} \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \text{ και}$$

$$P_{\text{τελ}} = m_1 \cdot V = 2 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Συνεπώς η μεταβολή της ορμής του Α σώματος έχει μέτρο:

$$\Delta P = \sqrt{P_{\text{αρχ}}^2 + P_{\text{τελ}}^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} \text{ kg} \cdot \text{m/s} = \sqrt{5} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

ενώ η διεύθυνσή της είναι αυτή του σχήματος όπου  $\epsilon\phi\theta = \frac{P_{\text{τελ}}}{P_{\text{αρχ}}} = 2$

- iv) Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που αφήνουμε το Α σώμα να ταλαντωθεί, μέχρι την κρούση είναι ίσος με  $t_1 = \frac{1}{4} T$  και δεν εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης, συνεπώς και η αρχική ταχύτητα θα πρέπει να είναι ξανά  $v_0 = 7 \text{ m/s}$ .

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*