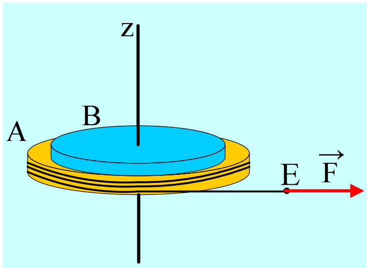
Κίνηση δύο δίσκων σε επαφή.



Δύο οριζόντιοι δίσκοι Α και Β βρίσκονται σε επαφή, ενώ μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από τα κέντρα τους. Οι δίσκοι ηρεμούν. Γύρω από τον δίσκο Α τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, μέσω του οποίου, τη στιγμή t=0, του ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=12N, προσδίδοντας σταθερή επιτάχυνση στο άκρο Ε του νήματος, μέχρι τη στιγμή t_1=2s, οπότε έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους x=4,8m. Ο Β δίσκος «παρασύρεται» και περιστρέφεται από τη ροπή της τριβής που δέχεται από τον Α δίσκο. Τη στιγμή t_1 παύουμε την άσκηση της δύναμης. Για τους δίσκους Α και Β δίνονται m_1=8,5kg, m_2=4kg, R_1=0,8m και R_2=0,6m αντίστοιχα, ενώ η ροπή αδράνειας ενός δίσκου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I= ½\ MR^2$.

i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του Α δίσκου.

ii) Να υπολογιστεί η ροπή της τριβής που ασκήθηκε στον Α δίσκο από τον Β.

iii) Ποια η γωνιακή ταχύτητα κάθε δίσκου τη στιγμή t_1;

iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κάθε δίσκου, αλλά και του συστήματος των δύο δίσκων, ως προς τον άξονα z, τη χρονική στιγμή t=1s.

v) Να υπολογισθεί η μηχανική ενέργεια που μετετράπη σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που αναπτύχθηκε μεταξύ των δύο δίσκων, μέχρι τη στιγμή t_1.

vi) Να βρεθεί η τελική γωνιακή ταχύτητα των δίσκων.

Απάντηση:

i) Αφού το άκρο του νήματος κινείται με σταθερή επιτάχυνση, μετατοπίζεται κατά $x= ½\ at^2$, από όπου

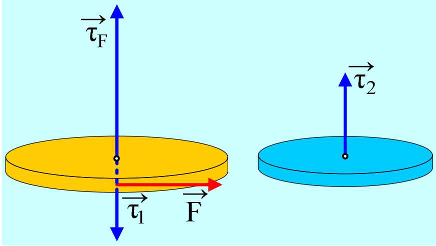
$$a=\frac{2x}{t^2}=\frac{2\cdot 4{,}8}{2^2}m/s^2=2{,}4m/s^2$$

Αυτή είναι και η επιτάχυνση, κάθε σημείου του νήματος, συνεπώς και κάθε σημείου της περιφέρειας του Α δίσκου, με το οποίο έρχεται σε επαφή το νήμα. Αλλά τότε $α=α_{1γων}\cdot R$ όπου $α_{1γων}$ η γωνιακή επιτάχυνση του Α δίσκου. Τότε $α_{1γων}=\frac{a}{R_1}=\frac{2{,}4}{0{,}8}$ rad/s^2= 3rad/s^2.

ii) Εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση του δίσκου Α και έχουμε:

$$Στ=I_1\cdot α_{1γων} \rightarrow F\cdot R_1+τ_1= ½\ m_1R_1^{\ 2}\cdot α_{1γων} \rightarrow$$

$$τ_1=\ ½\cdot 8{,}5\cdot 0{,}8^2\cdot 3-12\cdot 0{,}8 \rightarrow τ_1= -\ 1{,}44N\cdot m$$



Όπου $τ_1$ η ροπή της τριβής που ασκείται στον Α δίσκο από τον Β. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ασκούμενων ροπών σε κάθε δίσκο.

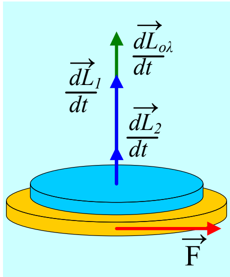
iii) Ο Α δίσκος αποκτά γωνιακή ταχύτητα $ω_1=α_{1γων}\cdot t_1$= 6rad/s.

Ο Β δίσκος δέχεται την αντίδραση της τριβής, ας την ονομάσουμε Τ΄, από τον Α δίσκο. Η τριβή αυτή Τ΄, σαν δράση –αντίδραση με την τριβή που ασκείται στον Α δίσκο, θα απέχει επίσης το ίδιο από τον άξονα, συνεπώς η ροπή της θα είναι ίση με τ_2=+1,44N·m, με φορά προς τα πάνω (βλέπε σχήμα), οπότε από το 2° νόμο του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση έχουμε:

$$\tau_2 = I_2 \cdot \alpha_{2\gamma\omega\nu} \rightarrow \alpha_{2\gamma\omega\nu} = \frac{\tau_2}{\frac{1}{2}m_2R_2^2} = \frac{1,44}{\frac{1}{2}4\cdot 0,6^2} rad/s^2 = 2rad/s^2$$

οπότε απέκτησε γωνιακή ταχύτητα $\omega_2 = \alpha_{2\gamma\omega\nu} \cdot t_1$=4rad/s.

iv) Τη στιγμή t=1s (αλλά και για όσο χρόνο ασκούμε τη δύναμη F), έχουμε ως προς τον άξονα z:



$$\frac{dL_1}{dt} = \Sigma\tau = F\cdot R_1 + \tau_1 = 12\cdot 0,8Nm - 1,44Nm = 8,16Nm$$

$$\frac{dL_2}{dt} = \Sigma\tau = \tau_2 = 1,44Nm$$

$$\frac{dL_{o\lambda}}{dt} = \Sigma\tau_{\varepsilon\xi} = F\cdot R_1 = 12\cdot 0,8Nm = 9,6Nm$$

v) Η ενέργεια που δόθηκε στο σύστημα είναι ίση με το έργο της δύναμης: W=F·x=12·4,8=57,6J.

Τη στιγμή που παύει η άσκηση της δύναμης, οι δίσκοι έχουν κινητική ενέργεια:

$$K = K_1 + K_2 = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m_1R_1^2\omega_1^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}m_2R_2^2\omega_2^2$$

$$K = \frac{1}{4}8,5\cdot 0,8^2\cdot 6^2 + \frac{1}{4}4\cdot 0,6^2\cdot 4^2 = 54,72J$$

Αλλά από την διατήρηση της ενέργειας έχουμε ότι η ενέργεια που μεταφέρεται στο σύστημα, ένα μέρος εμφανίζεται σε κινητική και το υπόλοιπο μετατρέπεται σε θερμική, εξαιτίας της τριβής:

$$W_F = K + Q \rightarrow Q = W_F - K \rightarrow Q = 2,88J.$$

vi) Μόλις σταματήσει η εφαρμογή της δύναμης στο σύστημα των δύο δίσκων, δεν ασκείται καμιά εξωτερική ροπή, θα ασκείται όμως τριβή μεταξύ των δύο δίσκων, μέχρι να αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Συνεπώς η στροφορμή του συστήματος, ως προς τον άξονα z παραμένει σταθερή.

$$\vec{L}_{t1} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\omega_k \rightarrow$$

$$\omega_k = \frac{\frac{1}{2}m_1R_1^2\omega_1 + \frac{1}{2}m_2R_2^2\omega_2}{\frac{1}{2}m_1R_1^2 + \frac{1}{2}m_2R_2^2} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 8,5\cdot 0,8^2\cdot 6 + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 0,6^2\cdot 4}{\frac{1}{2}\cdot 8,5\cdot 0,8^2 + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 0,6^2} = 5,58rad/s$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης