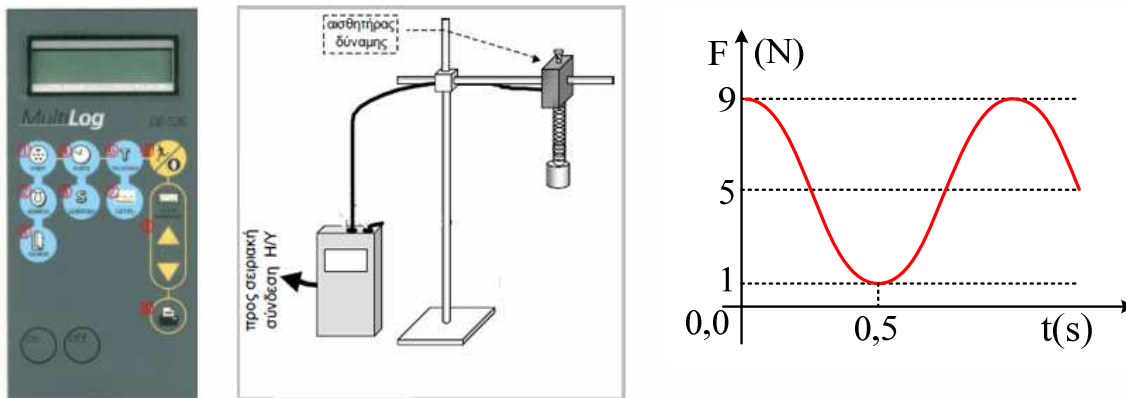


Η δύναμη του ελατηρίου σε μια ΑΑΤ.

Με τη βοήθεια του MultiLog πήραμε τη γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου στην περίπτωση ενός σώματος που ταλαντώνεται κατακόρυφα, στο άκρο ελατηρίου, η οποία είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



- i) Με βάση πληροφορίες που μπορείτε να αντλήσετε από τη γραφική παράσταση, χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.
- Το ελατήριο είναι σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης τεντωμένο.
 - Τη στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης του.
 - Τη στιγμή $t'=0,25s$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του.
 - Τη στιγμή $t_1=0,5s$ το σώμα έχει επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω.
- ii) Να βρεθεί η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται, καθώς και η περίοδος ταλάντωσης.
- iii) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.
- iv) Ποια η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=0,25s$ και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του;
- Δίνονται ότι η μάζα του ελατηρίου θεωρείται αμελητέα $g=10m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

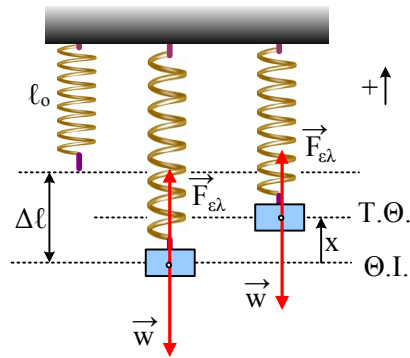
Απάντηση:

- i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του και η δύναμη του ελατηρίου, με φορά προς τα πάνω. Με βάση τη γραφική παράσταση η δύναμη του ελατηρίου είναι πάντα θετική, συνεπώς θετική είναι η φορά προς τα πάνω και το ελατήριο είναι πάντα τεντωμένο, όπου τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει το μεγαλύτερο μέτρο, συνεπώς τη στιγμή αυτή το ελατήριο έχει την μέγιστη επιμήκυνσή του και το σώμα βρίσκεται στην χαμηλότερη θέση του. Κατά συνέπεια τη στιγμή $t'=0,25s$ περνά από τη θέση ισορροπίας και για $t_1=0,5s$ βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης του. Με βάση αυτά οι απαντήσεις είναι:

α) Σ. β) Λ. γ) Σ. δ) Σ.

- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση ισορροπίας και σε μια τυχαία θέση.

Στην τυχαία θέση έχουμε:



$$\Sigma F = -Dx \text{ ή } F_{\epsilon\lambda} - mg = -kx \text{ ή}$$

$$F_{\epsilon\lambda} = mg - k \cdot A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι η δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου, μετατοπισμένη όμως κατά mg προς τα πάνω. Με σύγκριση τώρα με τη γραφική παράσταση που μας δίνεται βρίσκουμε:

$$mg = 5N \text{ ή } m = 0,5kg.$$

Ενώ με βάση το σχήμα η περίοδος είναι $T = 1s$.

iii) Η περίοδος ταλάντωσης είναι ίση $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0,5}{1^2} N/m = 20N/m$

iv) Τη στιγμή $t=0$ η δύναμη του ελατηρίου έχει το μεγαλύτερο μέτρο της, συνεπώς το ελατήριο έχει τη μεγαλύτερη επιμήκυνσή του και το σώμα βρίσκεται στην κάτω αρνητική θέση του $x=-A$, οπότε:

$$F_{\epsilon\lambda} = mg - k \cdot (-A) \text{ ή}$$

$$A = \frac{F_{\epsilon\lambda} - mg}{k} = \frac{9N - 5N}{20N/m} = 0,2m$$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$, οπότε για $t=0$ έχουμε:

$$-A = A \cdot \eta\mu\varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}, \text{ συνεπώς } x = 0,2 \cdot \eta\mu\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (\text{S.I.})$$

Έτσι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,25s$ η ταχύτητα του σώματος είναι:

$$v = A \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) = 0,2 \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi \cdot 0,25 + \frac{3\pi}{2}\right) = 0,4\pi \text{ m/s}$$

Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι:

$$\frac{dP}{dt} = \Sigma F = -Dx = -kA = -20 \cdot 0,2 \text{ kgm/s}^2 = -4 \text{ kgm/s}^2$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης