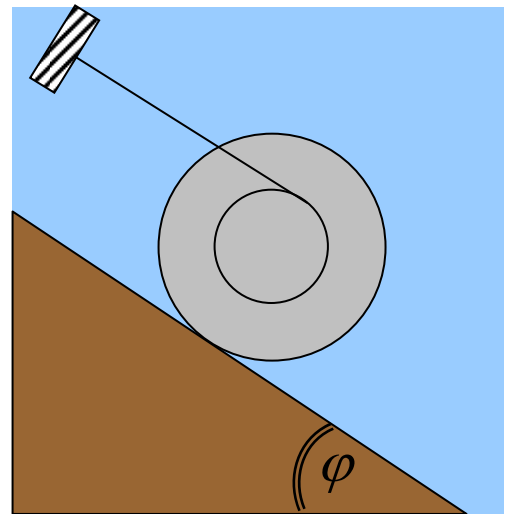


Γιο-γιο σε κεκλιμένο επίπεδο.

Ο αρχικά ακίνητος, ομογενής κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα 10 kg και ακτίνα 0,2 m. Έχει λεπτή εγκοπή βάθους 0,1 m έτσι ώστε νήμα αμελητέου πάχους να τυλίγεται και να απέχει 0,1 m από το κέντρο του κυλίνδρου.

Για την γωνία φ ξέρουμε ότι $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$.

1. Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής ώστε να ισορροπεί;
2. Αν οι συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης είναι και οι δύο 0,2 να υπολογισθούν η επιτάχυνση και η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
3. Ποια θα είναι η μετατόπιση του κυλίνδρου την στιγμή 2s, ποια η γωνιακή μετατόπιση του κυλίνδρου και πόσο νήμα θα έχει ξετυλιχθεί;
4. Την ίδια στιγμή βρείτε την μεταβολή της δυναμικής, την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου και το έργο κάθε εμπλεκόμενης δύναμης.



Απάντηση:

1. Αν έχω ισορροπία τότε:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - T - T_v = 0 \quad (1)$$

Επίσης

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi = N \quad (2)$$

Και τέλος ως προς το K

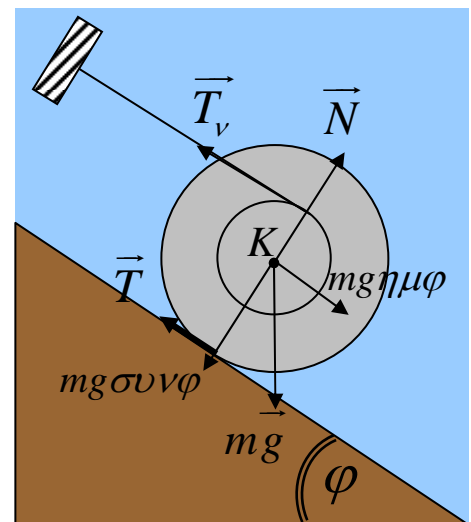
$$\sum \tau = 0 \Rightarrow T_v \frac{R}{2} = T \cdot R \Rightarrow T_v = 2T \quad (3)$$

$$(1), (3) \Rightarrow T = \frac{mg\eta\mu\varphi}{3} \quad (4)$$

Όμως η τριβή είναι στατική οπότε

$$T \leq \mu N \Rightarrow \frac{mg\eta\mu\varphi}{3} \leq \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\mu \geq \frac{\varepsilon\phi\varphi}{3} \Rightarrow \mu \geq \frac{6}{24} \Rightarrow \mu \geq 0,25$$



2. Η περιστροφή γίνεται αριστερόστροφα.

Η ταχύτητα του σημείου A είναι μηδενική μια και είναι σε επαφή με σημείο του νήματος.

Δηλαδή

$$v - \omega \frac{R}{2} = 0 \Rightarrow v = \omega \frac{R}{2} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{R}{2} \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow a = a_\gamma \frac{R}{2} \quad (5)$$

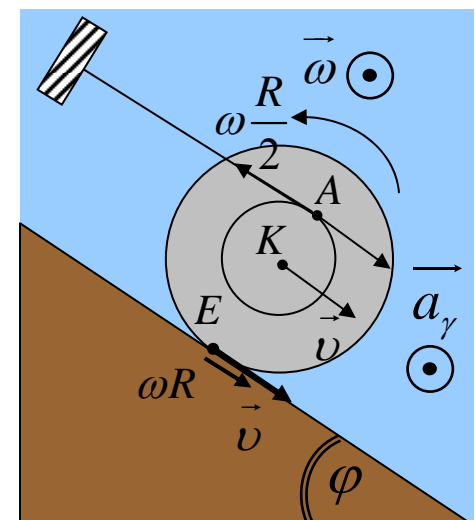
Ο θεμελιώδης νόμος γράφεται:

$$m \cdot a = mg\eta\mu\varphi - T - T_v \Rightarrow m \cdot a = 0,6mg - T - T_v \quad (6)$$

$$\text{Όμως } T = \mu N = \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,12 \cdot mg \quad (7)$$

Για την στροφική κίνηση:

$$T_v \frac{R}{2} - TR = \frac{mR^2}{2} a_\gamma \Rightarrow T_v \frac{R}{2} - TR = \frac{mR^2}{2} \frac{2a}{R} \Rightarrow$$



$$\frac{T_v}{2} - T = ma \quad (8)$$

$$(6), (7), (8) \Rightarrow 0,6mg - 0,12mg - T_v = \frac{T_v}{2} - 0,12mg \Rightarrow 3\frac{T_v}{2} = 0,6mg \Rightarrow T_v = 0,4mg \quad (9)$$

Από την σχέση (8) έχουμε ότι:

$$ma = \frac{T_v}{2} - T = 0,2mg - 0,12mg = 0,08mg \Rightarrow a = 0,8 \frac{m}{s^2}$$

Από την σχέση (5) έχουμε ότι $a = a_\gamma \frac{R}{2} \Rightarrow a_\gamma = \frac{2a}{R} = 8 \frac{rad}{s^2}$

3. Σε δύο δευτερόλεπτα η μετατόπιση θα είναι $\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} 0,8 \cdot 4 = 1,6m$

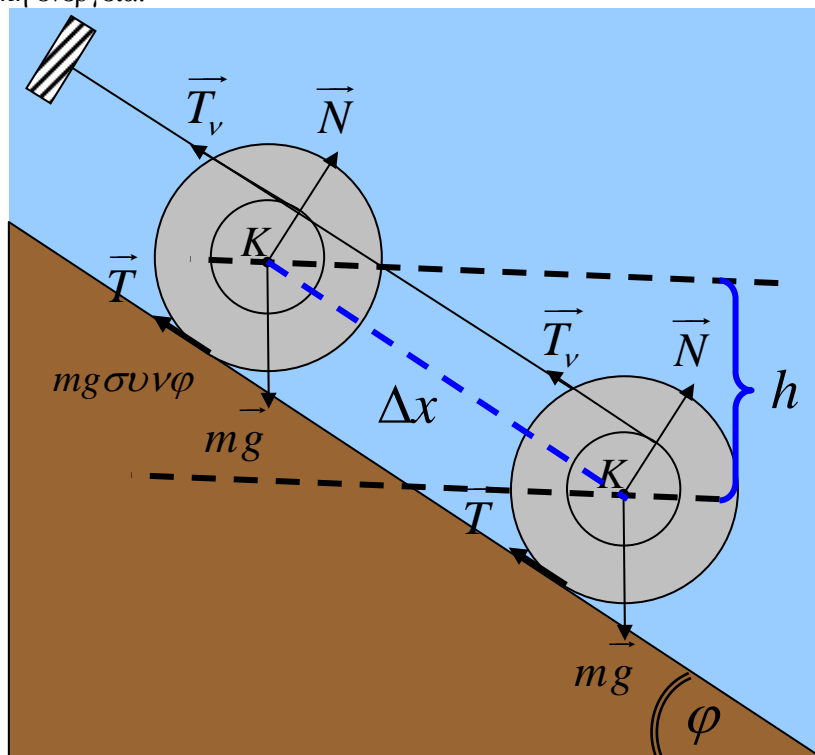
Η γωνιακή μετατόπιση του κυλίνδρου θα είναι $\Delta \varphi = \frac{1}{2} a_\gamma \Delta t^2 = \frac{1}{2} 8 \cdot 4 = 16rad$

Έχει ξετυλιχθεί σχοινί μήκους $\Delta L = \frac{R}{2} \Delta \varphi = 0,1 \cdot 16 = 1,6m$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Η ισότητα μετατόπισης-μήκους σχοινοῦ δεν είναι τυχαία. Για κάθε μετατόπιση dx του κυλίνδρου το γεγονός ότι το Α έχει μηδενική ταχύτητα σημαίνει ότι το Α διαγράφει τόξο dS που είναι ίσο με το dx . Επομένως ξετυλίγεται σχοινί μήκους dx .

5. Για την δυναμική ενέργεια:



$\Delta U = -mgh = -mg \Delta x \eta \mu \varphi = -100 \cdot 1,6 \cdot 0,6 = -96J$ Η κινητική ενέργεια αρχικά είναι μηδέν ενώ τελικά γίνεται:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m a^2 t^2 + \frac{1}{2} \frac{m R^2}{2} a_\gamma^2 t^2 = 38,4J$$

Οπότε

$$\Delta K = 38,4J$$

Η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι:

$$|\Delta E| = |38,4J - 96J| = 57,6J$$

Για τα έργα τώρα:

Το έργο της Ν είναι μηδέν.

Το έργο του βάρους είναι

$$W_{mg} = -\Delta U = mgh = 96J$$

Το σημείο εφαρμογής της τάσης του νήματος έχει κάθε στιγμή ταχύτητα μηδέν οπότε το έργο της είναι μηδέν.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Η τάση του νήματος μειώνει την μεταφορική κινητική ενέργεια κατά $T_v \Delta x = 0,4mg \cdot \Delta x = 64J$, ενώ αυξάνει

την περιστροφική κινητική ενέργεια κατά $T_v \frac{R}{2} \Delta \varphi = 64J$

Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε ότι:

$$W_{mg} + W_T + W_{T_v} = \Delta K \Rightarrow W_T = \Delta K - W_{mg} = 38,4J - 96J = -57,6J$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Η τριβή μειώνει την μεταφορική κινητική ενέργεια κατά $T \Delta x = 0,12mg \cdot \Delta x = 64J = 19,2J$, ..

Επίσης μειώνει την περιστροφική κινητική ενέργεια κατά $TR \Delta \varphi = 38,4J$

Το συνολικό της έργο λοιπόν είναι $-57,6J$.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Γιάννης Κυριακόπουλος