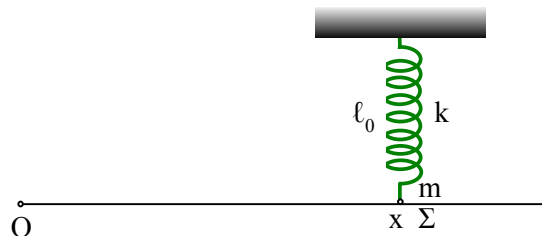


Αρμονικό κύμα και ταλάντωση.

Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Ox , διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Η πηγή του κύματος, που βρίσκεται στο αριστερό άκρο O του ελαστικού μέσου, την χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στην $\Theta.I.$ κινούμενη με $u>0$ και ταλαντώνεται με πλάτος 10cm . Τα κύματα που παράγει έχουν συχνότητα 20 Hz , ενώ η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας δύο υλικών σημείων του μέσου που οι ταλαντώσεις τους έχουν διαφορά φάσης $2\pi\text{ rad}$ ισούται με 0.2m .

- i) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
- ii) Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται στον θετικό ημιάξονα Ox .
- iii) Να παραστήσετε γραφικά τη φάση των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή O την χρονική στιγμή 1s .

Σε απόσταση 6m από το O βρίσκεται ένα υλικό σημείο Σ μάζας 10gr που είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου όπως φαίνεται στο σχήμα.



- iv) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή ξεκινά να ταλαντώνεται και ποια είναι η σταθερά του ελατηρίου ώστε το σύστημα ελατηρίου-μάζας να ταλαντώνεται σε συντονισμό με την πηγή O .
- v) Να βρείτε το πλάτος του διαμήκους κύματος, που διαδίδεται στο ελατήριο.

Δίνεται : $\pi^2 \approx 10$.

Απάντηση:

- i) Σύμφωνα με την εκφώνηση επειδή η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας δύο υλικών σημείων του μέσου που οι ταλαντώσεις τους έχουν διαφορά φάσης $2\pi\text{ rad}$ ισούται με 0.2m θα ισχύει:

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta x/\lambda \rightarrow 2\pi = 2\pi \cdot 0.2/\lambda \rightarrow \lambda = 0.2\text{m}$$

Από την εξίσωση της κυματικής έχουμε: $u = \lambda \cdot f = 0.2 \cdot 20 = 4\text{m/s}$

- ii) Επειδή η πηγή O την χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στην $\Theta.I.$ κινούμενη με $u>0$ ταλαντώνεται χωρίς αρχική φάση και η εξίσωση ταλάντωσης της θα είναι :

$$y = A\eta\mu\omega t = 0.1\eta\mu 40\pi t \text{ (S.I.) (1)}$$

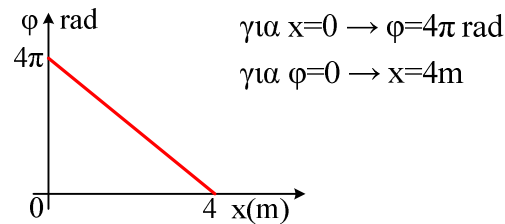
ενώ η εξίσωση του διαδιδόμενου κύματος στον θετικό ημιάξονα θα είναι :

$$y = A\eta\mu 2\pi(t/T - x/\lambda) = 0.1\eta\mu 2\pi(20t - 5x) \text{ (S.I.) (2)}$$

- iii) Η εξίσωση της φάσης του κύματος είναι :

$$\varphi = 2\pi(20t - 5x) \text{ και για } t=1\text{s} \text{ θα είναι :}$$

$$\varphi = 40\pi - 10\pi x \text{ (S.I.) με } 40\pi - 10\pi x \geq 0 \rightarrow x \leq 4\text{m}$$



iv) Το υλικό σημείο Σ ξεκινά να ταλαντώνεται την χρονική στιγμή που φτάνει το κύμα σε αυτό, δηλαδή:

$$x_{\Sigma} = u \cdot t \rightarrow t = 1,5\text{s.}$$

Για να έχουμε συντονισμό μεταξύ συστήματος ελατήριο –μάζα και πηγής, θα πρέπει η ιδιόσυχνότητα του συστήματος να είναι ίση με την συχνότητα του κύματος, δηλαδή:

$$f_0 = f \rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = f \rightarrow \frac{1}{4\pi^2} \frac{k}{m} = f^2 \rightarrow k = f^2 4\pi^2 m = 160\text{N} / \text{m}$$

v) Στο ελατήριο διαδίδεται ένα διαμήκες κύμα συχνότητας 20 Hz και πλάτους Α'.

Για τη μάζα m ως τμήμα της χορδής θα ισχύει :

$$E_{\mu\eta\chi.1} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \quad (3)$$

Για τη μάζα m στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου θα ισχύει:

$$E_{\mu\eta\chi.2} = \frac{1}{2} m \omega_o^2 A'^2 \quad (4)$$

Θα είναι όμως :

$$E_{\mu\eta\chi.1} = E_{\mu\eta\chi.2} \rightarrow \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \omega_o^2 A'^2$$

και επειδή $\omega = \omega_o$ θα είναι τελικά :

$$A = A' = 10\text{cm.}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Στελίου Κωνσταντίνος