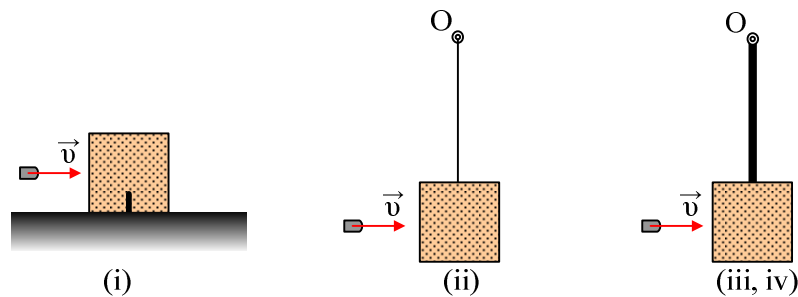


Απώλεια μηχανικής ενέργειας σε κρούση.



Ένα βλήμα μάζας $0,1\text{kg}$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v=100\text{m/s}$ σφηνώνεται σε ακίνητο ξύλο μάζας $1,9\text{kg}$. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση, όταν το ξύλο είναι:

- i) πακτωμένο στο έδαφος.
- ii) κρέμεται στο άκρο νήματος μήκους ℓ .
- iii) κρέμεται στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους ℓ , το άλλο άκρο της οποίας μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα..
- iv) κρέμεται στο άκρο της παραπάνω ράβδου, η οποία έχει μάζα 3kg .

Σε ποια από τις παραπάνω περιπτώσεις το έργο της δύναμης που δέχτηκε το βλήμα από το ξύλο, είναι μεγαλύτερο (κατά απόλυτο τιμή);

Δίνεται για την ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = 1/3 m_1 \cdot \ell^2$.

Απάντηση:

- i) Αφού το ξύλο είναι πακτωμένο (καρφωμένο) στο έδαφος δεν μπορεί να κινηθεί, οπότε όλη η μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος είναι και απώλεια μηχανικής ενέργειας.

$$\Delta E = E_{\text{αρχ}} - E_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 100^2 \text{J} = 500 \text{J}.$$

- ii) Κατά τη διάρκεια της κρούσης η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} = \vec{P}_{\text{τελ}} \rightarrow m v = (m+M) v_{\text{κ}} \rightarrow$$

$$v_{\text{κ}} = \frac{m v}{m + M} = \frac{0,1 \cdot 100}{0,1 + 1,9} \text{ m/s} = 5 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$\Delta E = E_{\text{αρχ}} - E_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (m+M) v_{\text{κ}}^2 = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 100^2 \text{J} - \frac{1}{2} 2 \cdot 25 \text{J} = 475 \text{J}.$$

- iii) Τώρα η κρούση της σφαίρας έγινε με ένα στερεό σώμα, το οποίο δεν είναι ελεύθερο να κινηθεί, αφού υπάρχει ο άξονας περιστροφής στο O, ο οποίος θα το υποχρεώσει σε στροφική κίνηση. Όμως ως προς τον άξονα περιστροφής δεν υπάρχουν εξωτερικές ροπές, οπότε η στροφορμή παραμένει σταθερή.

$$\vec{L}_{\text{αρχ}} = \vec{L}_{\text{τελ}} \rightarrow m v \ell = I \cdot \omega \rightarrow m v \ell = (M+m) \ell^2 \cdot \omega \rightarrow \omega = \frac{m v}{(M+m) \ell} \rightarrow$$

$$\Delta E = E_{\text{αρχ}} - E_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (M+m) \ell^2 \omega^2 \text{ ή}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} (M+m) \ell^2 \cdot \frac{m^2 v^2}{(M+m)^2 \ell^2} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{M+m} \text{ ή}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 100^2 \text{J} - \frac{1}{2} 0,1^2 \cdot 100^2 / 2 \text{J} = 500 \text{J} - 25 \text{J} = 475 \text{J}$$

iv) Και εδώ έχουμε παρόμοια κατάσταση με την προηγούμενη με μόνη διαφορά στη ροπή αδράνειας

$$I = (M + m)\ell^2 + \frac{1}{3}m_1\ell^2 = (M + m + \frac{1}{3}m_1)\ell^2.$$

$$\vec{L}_{αρχ} = \vec{L}_{τελ} \rightarrow mv\ell = I\omega \rightarrow mv\ell = (M + m + \frac{1}{3}m_1)\ell^2 \cdot \omega \rightarrow$$

$$\omega = \frac{mv}{(M + m + \frac{1}{3}m_1)\ell}$$

$$\Delta E = E_{αρχ} - E_{τελ} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}(M + m + \frac{1}{3}m_1)\ell^2 \cdot \left(\frac{mv}{(M + m + \frac{1}{3}m_1)\ell} \right)^2 \quad \text{ή}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2} \frac{m^2v^2}{M + m + \frac{1}{3}m_1} \quad \text{ή}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 100^2 \text{J} - (0,01 \cdot 10^4) / 2 \cdot 3 \text{J} \approx 483,3 \text{J}$$

Το έργο της δύναμης που δέχτηκε το βλήμα υπολογίζεται από το Θ.Μ.Κ.Ε. για το βλήμα:

$$K_{\tau} - K_{\alpha} = W_F \rightarrow |W_F| = K_{\alpha} - K_{\tau}$$

Συνεπώς τη μεγαλύτερη (κατά απόλυτο) τιμή την έχει στην i) περίπτωση που το βλήμα ακινητοποιείται.

Σχόλιο:

Αν δούμε τη διατήρηση της στροφορμής στο iii) ερώτημα $mv\ell = (M+m)\ell^2 \cdot \omega \rightarrow$

$$mv = (M+m) \cdot v_{\kappa}$$

Μα, η τελευταία εξίσωση δεν είναι τίποτα άλλο, από το αποτέλεσμα εφαρμογής της ΑΔΟ. Πράγματι κατά τη διάρκεια της κρούσης το σώμα Μ δεν δέχεται οριζόντια δύναμη από τη ράβδο και αυτό συμβαίνει επειδή η ράβδος είναι αβαρής!!! Αν είχαμε τέτοια οριζόντια συνιστώσα, το έργο της θα εξέφραζε την ενέργεια που θα αφαιρούσε η ράβδος από το ξύλο, αλλά μιας και θεωρείται αβαρής, δεν μπορεί να πάρει καμιά μορφή ενέργεια. Έτσι για την κρούση, είτε το ξύλο ήταν δεμένο σε νήμα, είτε σε αβαρή ράβδο, το αποτέλεσμα είναι ακριβώς το ίδιο.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης