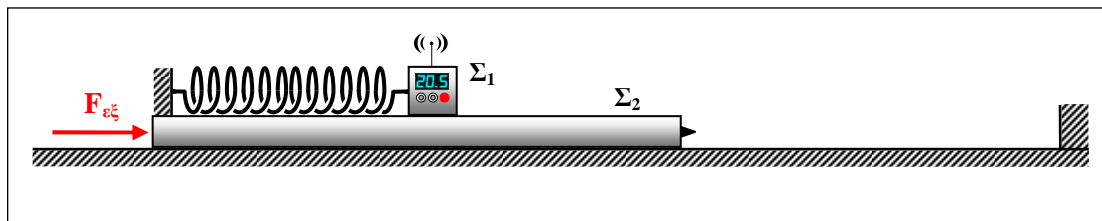


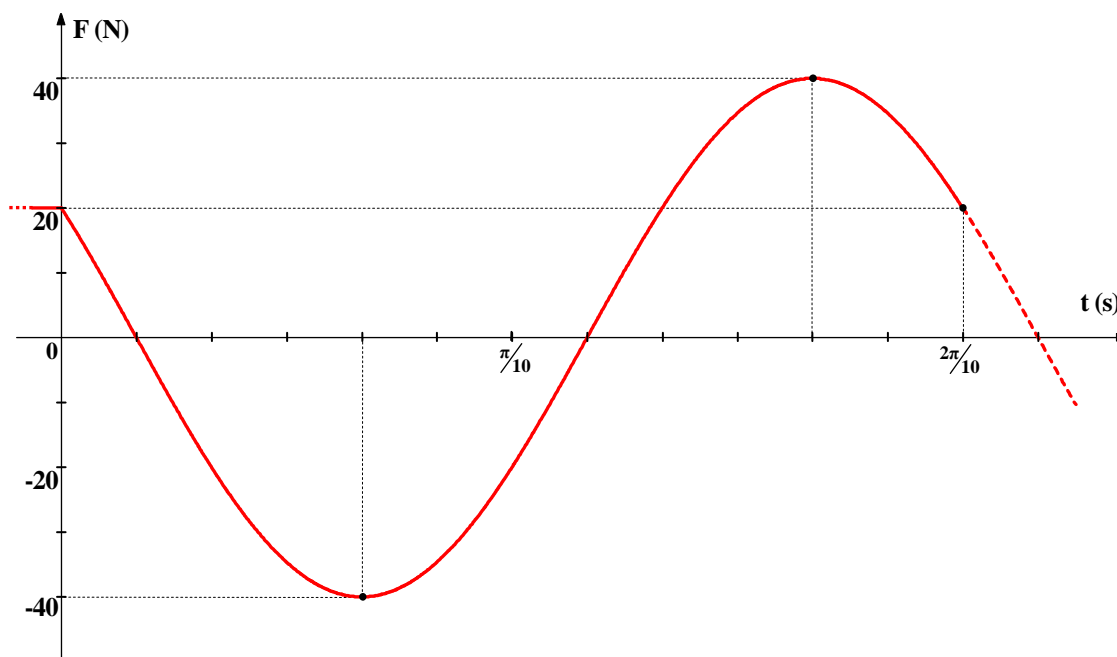
Ένα απότομο σταμάτημα και μια ταλάντωση



Η πλατφόρμα (Σ_2) του σχήματος έχει μάζα $M = 3\text{kg}$ και έχει πάνω της στερεωμένο με κατάλληλη βάση οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 200\text{N/m}$, όπως στο σχήμα. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο, μέσω του αισθητήρα του, ένα ... ασύρματο multilog (Σ_1), που έχει μάζα $m = 2\text{kg}$.

Σταθερή οριζόντια δύναμη $F_{εξ}$ ασκείται στο σύστημα και το μετακινεί προς τα δεξιά έτσι ώστε το σώμα (Σ_1) να παραμένει ακίνητο ως προς το (Σ_2).

Κάποια στιγμή η πλατφόρμα συναντά ακλόνητο εμπόδιο και ακινητοποιείται απότομα, ενώ το σώμα (Σ_1) αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η καταγραφή της δύναμης που δέχεται ο αισθητήρας του, όπου η στιγμή $t=0$ είναι η στιγμή της ακινητοποίησης και ως θετική φορά θεωρείται η φορά της αρχικής κίνησης:



Ζητούνται:

1. Το μέτρο της δύναμης $F_{εξ}$.
2. Η ταχύτητα v που είχε το σύστημα τη στιγμή της πρόσκρουσης με το εμπόδιο.
(Όλες οι επιφάνειες θεωρούνται λείες.)

Απάντηση:

Εφόσον δεν υπάρχει αρχικά σχετική κίνηση μεταξύ των (Σ_1) και (Σ_2), μπορούμε να τα θεωρήσουμε ως ένα σώμα που κινείται επιταχυνόμενο με την επίδραση της δύναμης $F_{εξ}$, με σταθερή επιτάχυνση a και ισχύει:

$$\Sigma F_x = (M+m) \cdot a \rightarrow F_{εξ} = (M+m) \cdot a \quad (1)$$

Το multilog (Σ_1) τώρα καταγράφει (δοθέν διάγραμμα) τη δύναμη F που δέχεται μέσω του αισθητήρα του, σαν συνάρτηση του χρόνου, $F(t)$. Η δύναμη αυτή προφανώς είναι ή τάση $F_{ελ}$ που του ασκεί το ελατήριο και είναι η μόνη κατά τη διεύθυνση της κίνησης.

Έτσι, η $F_{ελ}$ είναι αρχικά υπεύθυνη για την επιτάχυνση a του σώματος (Σ_1) και θα ισχύει:

$$F_{ελ} = m \cdot a \quad (2)$$

ενώ, μετά την πρόσκρουση και ακινητοποίηση της πλατφόρμας, παίζει ρόλο δύναμης επαναφοράς στην ταλάντωση του (Σ_1), οπότε:

$$\Sigma F_x = -D \cdot x \rightarrow F_{ελ} = -k \cdot x \quad (3)$$

1. Από το δοθέν διάγραμμα βλέπουμε ότι το μέτρο της τάσης πριν από την πρόσκρουση (δηλαδή $t < 0$) ήταν $F_{ελ} = 20N$. Οπότε από τη (2) βρίσκουμε $a = 10m/s^2$, και τελικά από την (1):

$$F_{εξ} = (M+m) \cdot a \rightarrow F_{εξ} = 50N$$

2. Η ζητούμενη ταχύτητα v του συστήματος πριν την πρόσκρουση, είναι προφανώς και η αρχική ταχύτητα της ΓΑΤ που εκτελεί στη συνέχεια το (Σ_1). Αν τώρα η απομάκρυνση x είναι της μορφής $x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$, τότε η δύναμη του ελατηρίου θα έχει τη μορφή:

$$F_{ελ} = -F_{max} \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Από το διάγραμμα βρίσκουμε:

i) $F_{max} = 40N$

ii) περίοδος κίνησης, $T = \frac{2\pi}{10} \text{sec} \rightarrow \omega = 10 \text{rad/sec}$

iii) Ακόμη, για $t = 0$ έχουμε: $20 = -40 \cdot \eta\mu\varphi \rightarrow \eta\mu\varphi = -1/2$

από όπου προκύπτει: $\varphi = \frac{11\pi}{6}$ (η τιμή $\varphi = 7\pi/6$ απορρίπτεται, αφού $v > 0$).

Ακόμη, από τη σχέση (3) βρίσκουμε το πλάτος A της ΓΑΤ:

$$F_{max} = k \cdot A \rightarrow A = 0,2m \text{ και}$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας τέλος, για $t = 0$, βρίσκουμε:

$$v = A\omega \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi) \rightarrow v = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{11\pi}{6}\right)$$

$$\xrightarrow{t=0} v = 2\sqrt{3}\text{m/sec}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μητρόπουλος