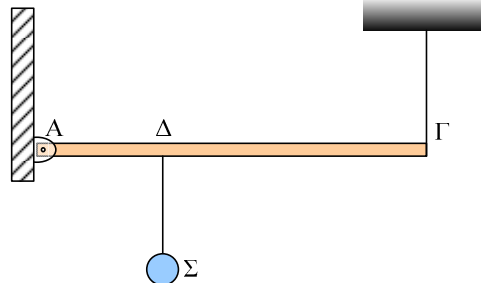


### Γωνιακή επιτάχυνση ράβδου και επιτάχυνση σώματος.

Μια ομογενής οριζόντια δοκός ΑΓ μάζας  $m=10\text{kg}$  και μήκους  $6\text{m}$  είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, ενώ στο άκρο της Γ είναι δεμένη με κατακόρυφο νήμα. Στο σημείο Δ της δοκού, όπου  $(A\Delta)=2\text{m}$ , έχουμε κρεμάσει με νήμα μια σφαίρα Σ μάζας  $m_1=6\text{kg}$ , όπως στο σχήμα.



Σε μια στιγμή κόβεται το νήμα στο άκρο Γ. Για αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος να βρεθούν:

- i) Η γωνιακή επιτάχυνση της δοκού και
- ii) Η επιτάχυνση της σφαίρας Σ.
- iii) Αν  $(A\Delta)=5\text{m}$  ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις σας;

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας δοκού ως προς κάθετο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρον της  $I = 1/3 m \cdot \ell^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

**Απάντηση:**

- i) Το βασικό ερώτημα είναι το νήμα είναι τεντωμένο ή όχι;

Ας υποθέσουμε ότι το νήμα είναι τεντωμένο οπότε στο σώμα Σ ασκείται η τάση  $T$  και στη ράβδο η  $T_1$  και επειδή το νήμα είναι τεντωμένο και αβαρές  $T=T_1$ .

Εξάλλου αφού το νήμα είναι τεντωμένο η ταχύτητα του σημείου Δ είναι ίση με την ταχύτητα κάθε σημείου του νήματος άρα και του σώματος Σ. Δηλαδή:

$$v_{\Delta} = v_{\Sigma} \quad \text{ή}$$

$$\omega(A\Delta) = v_{\Sigma}$$

και με παραγωγή:

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot (A\Delta) \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σώμα Σ και για την δοκό έχουμε:

$$\Sigma F = m_1 \cdot a \quad \text{ή}$$

$$W_1 - T = m_1 \cdot a \quad \text{ή}$$

$$T = m_1(g - a) \quad (2)$$

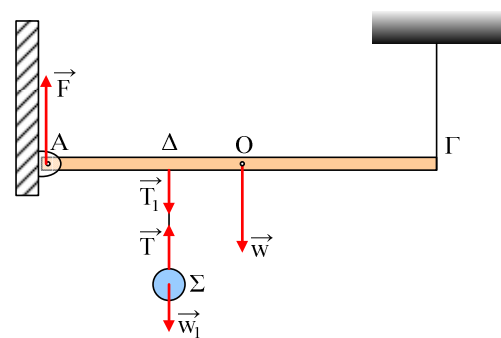
Εξάλλου:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \text{ή}$$

$$T_1(A\Delta) + W \cdot (AO) = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

Με βάση την (2) παίρνουμε από τη σχέση (3):

$$m_1(g - a)(A\Delta) + mg(AO) = 1/3 m \ell^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$



και με βάση την (1)

$$m_l [g - \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot (A\Delta)] \cdot (A\Delta) + mg \cdot (AO) = \frac{1}{3} ml^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (4)$$

από όπου βρίσκουμε:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} \approx 2,9 \text{ rad/s}^2.$$

ii) Οπότε η επιτάχυνση το σώματος Σ είναι:

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot (A\Delta) = 2,9 \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 5,8 \text{ m/s}^2.$$

Και έτσι:

$$T = 6(10 - 5,8) = 25,2 \text{ N}$$

iii) Αν  $(A\Delta) = 5 \text{ m}$  με αντικατάσταση στην (4) βρίσκουμε:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} \approx 2,2 \text{ m/s}^2.$$

Ναι αλλά τότε:

$$T = 6(10 - 11) = -6 \text{ N}$$

πράγμα που δεν μπορεί να συμβεί, κατά συνέπεια η τάση του νήματος είναι μηδέν, οπότε το σώμα Σ πέφτει ελεύθερα με επιτάχυνση  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την δοκό έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \text{ή}$$

$$W \cdot (AO) = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$mgl/2 = \frac{1}{3} ml^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \text{ή}$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g}{2l} = \frac{30}{12} \text{ rad/s}^2 = 5/2 \text{ rad/s}^2.$$

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

*Διονύσης Μάργαρης*