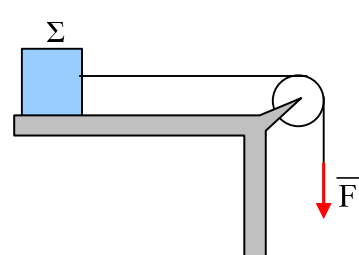


Θεμελιώδης νόμος και σύστημα σωμάτων

Το σώμα Σ του διπλανού σχήματος έχει μάζα $m_1 = 2\text{kg}$ και ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Δένουμε το σώμα στο άκρο νήματος, το οποίο αφού το περάσουμε από μια τροχαλία μάζας $m_2 = 2\text{kg}$ και ακτίνας $R = 0,2\text{m}$, ασκούμε στο άλλο του άκρο μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F = 10\text{N}$. Το νήμα δεν γλιστράει στην τροχαλία. Ζητούνται:



- i) Η επιτάχυνση του σώματος Σ .
- ii) Η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.
- iii) Πόσες περιστροφές έχει πραγματοποιήσει η τροχαλία μέχρι τη στιγμή που αποκτά γωνιακή ταχύτητα $\omega = 30\text{rad/s}$.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$ ενώ για την τροχαλία $I = \frac{1}{2} mR^2$.

Απάντηση:

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ και στην τροχαλία, όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

Για το σώμα Σ :

Στον άξονα y ισορροπεί άρα $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = w = 20\text{N}$.

Ενώ στον άξονα x : $\Sigma F_x = m_1 \cdot a_1 \rightarrow F_1 - T = m_1 \cdot a_1 \rightarrow F_1 - \mu N = m_1 \cdot a_1$ (1)

Για την τροχαλία:

Θεωρώντας θετική τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, παίρνουμε:

$$FR - F_2R = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow FR - F_2R = \frac{1}{2} m_2 R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

$$F - F_2 = \frac{1}{2} m_2 R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Προσέξτε ότι οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στην τροχαλία είναι διαφορετικές στις δυο πλευρές της. Μόνο αν η τροχαλία θεωρείται αβαρής οι δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα.

Επειδή το νήμα είναι αβαρές $F_1 = F_2$.

Για να βρούμε μια σχέση που να συνδέει την κίνηση του σώματος Σ με την κίνηση της τροχαλίας, δουλεύουμε ως εξής:

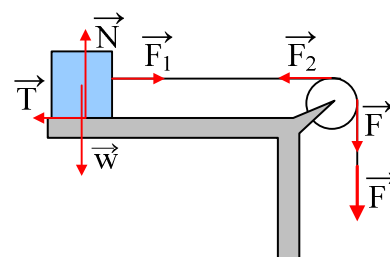
Έστω ότι η τροχαλία στρέφεται κατά γωνία $d\theta$. Τότε το νήμα που μετακινείται κατά την φορά της κίνησης έχει μήκος $dl = R \cdot d\theta$ και το σώμα Σ θα μετακινηθεί προς τα δεξιά κατά $ds = R \cdot d\theta$, συνεπώς:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{R \cdot d\theta}{dt} \rightarrow v_{\Sigma} = R \cdot \omega_{\text{τροχ.}}$$

Η σχέση αυτή θυμίζει την γνωστή σχέση $v = \omega R$, αλλά να προσέξουμε ότι εδώ συνδέει τη ταχύτητα του σώματος Σ με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της τροχαλίας.

Στην ίδια σχέση καταλήγουμε αν σκεφτούμε ως εξής.

Κάθε σημείο του σχοινιού έχει μια ορισμένη ταχύτητα v . Αλλά τότε v θα είναι και η ταχύτητα του σώματος Σ και v θα είναι και η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας της τροχαλίας για την οποία ισχύει $v = \omega R$.



$$\text{Άρα } v_{\Sigma} = \omega \cdot R.$$

Με παραγωγή της σχέσης αυτής παίρνουμε:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega \cdot R)}{dt} \rightarrow \alpha_{\Sigma} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \alpha_{\Sigma} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \quad (3)$$

i) Με πρόσθεση των εξισώσεων (1) και (2) έχουμε:

$$F_1 - \mu N + F - F_2 = m_1 a_1 + \frac{1}{2} m_2 \cdot a_1 \rightarrow a_1 = \frac{2(F - \mu N)}{2m_1 + m_2} = 2 \text{ m/s}^2.$$

ii) Από τη σχέση (3) παίρνουμε $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_1}{R} = 10 \text{ rad/s}^2$.

iii) Από την εξίσωση $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} \rightarrow \omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t \rightarrow t = 3 \text{ s}$, οπότε $\theta = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t^2 = 45 \text{ rad}$.

Έτσι ο αριθμός των περιστροφών είναι:

$$N = \frac{\theta}{2\pi} \approx 7,17 \text{ στροφές.}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης