Ο άξονας δεν περνά από το cm

Μια ομογενής δοκός μήκους L=4m και μάζας M=12kg μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το ένα της άκρο Α και ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια κατακόρυφου νήματος, το οποίο είναι δεμένο στο άλλο της άκρο Β.

i) Βρείτε τη δύναμη που ασκείται στη δοκό από τον άξονα.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος:

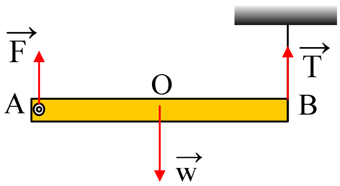
α) Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά η δοκός

β) Πόση δύναμη ασκεί ο άξονας στη δοκό;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής I= $\frac{1}{3}ML^2$ και g=10m/s^2.

Απάντηση:

i) Οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό είναι το βάρος της, η τάση του νήματος και μια δύναμη F από τον άξονα. Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύουν οι εξισώσεις:



$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 & (1) \\ \Sigma F_y = 0 & (2) \end{cases} \quad \text{και} \quad \Sigma\tau = 0 \ \ (3)$$

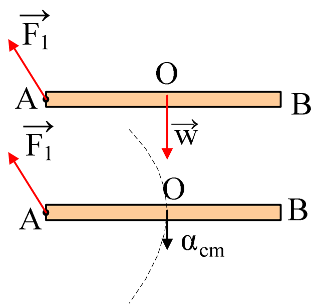
Από την εξίσωση (1) έχουμε $F_x + T_x + w_x = 0$! $F_x = 0$

Χρησιμοποιώντας της (3) ως προς το άκρο Β έχουμε:

$$w\cdot(OB) - F\cdot(AB) = 0 \rightarrow 120\cdot 2 - F\cdot 4 = 0 \rightarrow F = 60N.$$

ii) Μόλις κόψουμε το νήμα στη δοκό ασκούνται το βάρος της και η δύναμη F_1 από τον άξονα.

α) Ορίζουμε θετική φορά, αυτή της περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.[1] Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για τη στροφική κίνηση, γύρω από τον άξονα περιστροφής έχουμε:



$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ ή}$$

$$w\cdot(AO) = \frac{1}{3}ML^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ ή}$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{3g}{2L} = 3{,}75 rad/s^2.$$

β) Το κέντρο Ο της δοκού εκτελεί κυκλική κίνηση γύρω από τον άξονα περιστροφής με γραμμική ταχύτητα $υ_{cm}=ωKR$ και επιτρόχια επιτάχυνση $\alpha_{\varepsilon\pi} = \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R \rightarrow \alpha_{cm} = 3{,}75\cdot 2 m/s^2 = 7{,}5 m/s^2$.

Οπότε από την δυναμική της κυκλικής κίνησης για το κέντρο μάζας Ο έχουμε:

[1] Το κάνουμε αυτό για να υπολογίσουμε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης και να μην μπλέξουμε με αλγεβρικές τιμές, οπότε κινδυνεύουμε να πέσουμε σε λάθη, κυρίως όταν χρησιμοποιήσουμε εξισώσεις όπως $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R$

$$\Sigma F_x = m\frac{\upsilon^2}{R} \rightarrow F_x = 0 \text{ και}$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y \rightarrow w - F_{1y} = m \cdot a_{cm} \rightarrow F_{1y} = mg - ma_{cm} = 30N.$$

Παρατηρούμε ότι η δύναμη που δέχεται η δοκός από τον άξονα είναι και πάλι κατακόρυφη, αλλά μικρότερη από πριν που η ράβδος ισορροπούσε.

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης