Και αν αντί για κύλιση έχουμε ολίσθηση;

Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας m=40kg και ακτίνας R=0,5m τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα και κατόπιν τον τοποθετούμε σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s= 0,2$. Τραβώντας το νήμα ασκούμε στον κύλινδρο μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=120N.

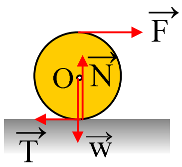
i) Ποια η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

ii) Βρείτε την τριβή που ασκείται στον κύλινδρο.

iii) Αν το μέτρο της δύναμης ήταν F=300N, ποια η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου;

Δίνεται για τον κύλινδρο $I= ½\ m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.

Απάντηση:



Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο.

Γιατί η τριβή είναι προς τα αριστερά;

Η αλήθεια είναι ότι δεν μπορούμε να προβλέψουμε τη φορά της. Έστω λοιπόν ότι είναι προς τα αριστερά

Δουλεύουμε με τα μέτρα των δυνάμεων και των ροπών.

Στον κατακόρυφο άξονα ο κύλινδρος ισορροπεί:$\rightarrow \Sigma F=0 \ \rightarrow N=w=400N$.

Για την μεταφορική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma F_x = m\cdot a_{cm} \ \rightarrow F-T = m\cdot a_{cm} \ \ (1)$$

Για την στροφική κίνηση και παίρνοντας θετική φορά, αυτήν που στρέφονται οι δείκτες του ρολογιού, έχουμε:

$$\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F\cdot R+T\cdot R = ½\ m\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow\ F+ T = ½\ m\cdot R\alpha_{\gamma\omega\nu} \ \ (2)$$

Τι κάνει ο κύλινδρος; Κυλίεται μόνο ή και ολισθαίνει; Η εκφώνηση δεν αναφέρει.

Ας υποθέσουμε ότι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει οπότε θα ισχύει και η βασική σχέση σύνδεσης μεταξύ γραμμικών και γωνιακών μεγεθών:

$$a_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot R \ \ (3)$$

i) Οι εξισώσεις (1), (2) και (3) αποτελούν ένα σύστημα η λύση του οποίου μας δίνει τα αναζητούμενα μεγέθη. Η (2) εξαιτίας της (3) γίνεται $F+ T= ½\ m\cdot a_{cm}$ (4)

και με πρόσθεση της (1) και (4) λαμβάνουμε:

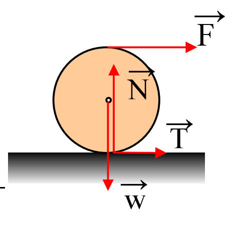
$$2F= \frac{3}{2}m\cdot a_{cm} \rightarrow a_{cm} = \frac{4}{3}\ \frac{F}{m}\ \ (5) \ \ \rightarrow a_{cm} = 4m/s^2.$$

Από την εξίσωση (3) παίρνουμε:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a_{cm}}{R} = 8rad/s^2.$$

ii) Από την εξίσωση (1) έχουμε:

$$T = F - \ m\cdot a_{cm} \ \rightarrow \ T = 120 - 40\cdot 4\,N = - 40\ N.$$



Επειδή η τριβή προέκυψε αρνητική, σημαίνει ότι η τριβή έχει φορά προς τα δεξιά.

Το σωστό σχήμα δηλαδή είναι αυτό που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Άλλωστε από τη σχέση (5) φαίνεται ότι η επιτάχυνση του κυλίνδρου είναι μεγαλύτερη από αυτή που θα μπορούσε να προκαλέσει μόνη της η δύναμη F. Θα πρέπει να υπάρχει και άλλη δύναμη προς τα δεξιά,

Το ερώτημα που ανακύπτει είναι αν είναι σωστή η υπόθεση που κάναμε, ότι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Το ελέγχουμε υπολογίζοντας το μέτρο της οριακής στατικής τριβής.

$$T_{ορ}= μ_s \cdot N= 0{,}2 \cdot 400N = 80N$$

Προφανώς η τριβή που βρήκαμε είναι στατική, αφού 40N < 80N, οπότε δεν υπάρχει ολίσθηση.

iii) Για τιμή της δύναμης F=300N και με την υπόθεση ότι ισχύουν όλες οι παραπάνω προϋποθέσεις βρίσκουμε:

$$a_{cm} = \frac{4}{3}\frac{F}{m} = 10m/s^2 \text{ και } T = F - m \cdot a_{cm} = 300N - 40 \cdot 10N = -100N$$

Δηλαδή μέτρου 100N με φορά προς τα δεξιά. Όμως η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής υπολογίσαμε ότι είναι 80N, άρα ο κύλινδρος δεν μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Αφού όμως ο κύλινδρος ολισθαίνει η τριβή έχει μέτρο $T_{ολ}=T_{ορ}$= 80N, οπότε:

Για τη μεταφορική κίνηση:

$$F+T= m \cdot a_{cm} \rightarrow a_{cm} = \frac{F+T}{m} =9{,}5 \ m/s^2$$

Ενώ για τη στροφική κίνηση:

$$Στ= I \cdot α_{γων} \rightarrow F \cdot R - T \cdot R= ½\, m \cdot R^2 \cdot α_{γων} \rightarrow α_{γων}= \frac{2(F-T)}{mR} = 22rad/s^2.$$

Ας προσέξουμε ότι τώρα $a_{cm} \neq α_{γων} \cdot R$ πράγμα αναμενόμενο αφού ο κύλινδρος ολισθαίνει.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης