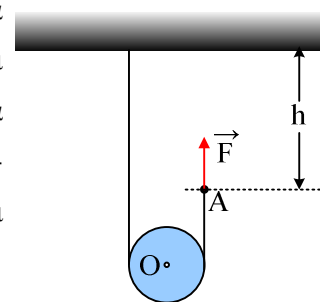


Μια κινητή τροχαλία.

Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα 4kg και ηρεμεί όπως στο σχήμα, όπου ένα αβαρές νήμα έχει περαστεί στο αυλάκι της. Το ένα του άκρο του νήματος έχει δεθεί σε ταβάνι, ενώ το άλλο του άκρο A συγκρατείται σε τέτοια θέση, ώστε να απέχει κατά $h=0,36\text{m}$ από το νταβάνι. Ασκούμε κατάλληλη σταθερή κατακόρυφη δύναμη F στο άκρο A του νήματος, ώστε το άκρο αυτό να φτάσει στο ταβάνι σε χρόνο $t_1=0,6\text{s}$.



- i) Να αποδειχθεί ότι η τροχαλία κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση κέντρου μάζας.
- ii) Να δείχτεί ότι το άκρο A έχει διπλάσια επιτάχυνση από το κέντρο O της τροχαλίας. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του άκρου A.
- iii) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F .

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2} mR^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Η δύναμη F που ασκούμε στο άκρο A του νήματος, μεταφέρεται μέσω του νήματος στην τροχαλία, πάνω στην οποία εκτός του βάρους W ασκείται και η τάση T , του άλλου τμήματος του νήματος, όπως στο διπλανό σχήμα.

Για τη μεταφορική κίνηση της τροχαλίας έχουμε:

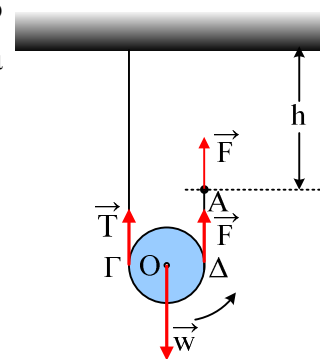
$$F+T - mg = m \cdot a_{cm} \quad (1)$$

Εξάλλου για τη στροφική κίνηση προς τροχαλίας έχουμε:

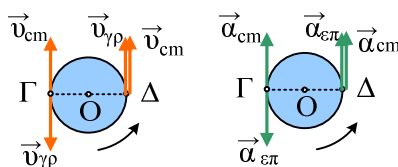
$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \text{ή}$$

$$F \cdot R - T \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad \text{ή}$$

$$F - T = \frac{1}{2} mR \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$



Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις των σημείων Γ και Δ που καταλήγουν τα δυο τμήματα του νήματος.



Αλλά το σημείο Γ είναι και σημείο του αριστερού τμήματος του νήματος, συνεπώς έχει μηδενική ταχύτητα, συνεπώς $v_{cm} - v_{\gamma\rho} = 0$ ή $v_{cm} = \omega \cdot R$ και με παραγώγιση παίρνουμε:

$$a_{cm} = a_{\gamma\omega\nu} \cdot R = a_{\varepsilon\pi} \quad (3)$$

Και η σχέση (2) γίνεται $F - T = \frac{1}{2} m \cdot a_{cm}$. Με πρόσθεση δε με την (1) παίρνουμε:

$$2F - mg = \frac{3}{2} m \cdot a_{cm} \quad \text{ή} \quad a_{cm} = \frac{4F - 2mg}{3m} \quad (4)$$

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ότι η τροχαλία κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση

κέντρου μάζας.

ii) Κάθε σημείο του δεξιού τμήματος του νήματος έχει την ίδια επιτάχυνση:

$$a_A = a_{\Delta} = a_{cm} + a_{\epsilon\pi} = 2a_{cm}. \quad (5)$$

Αφού το άκρο Α έχει και αυτό, σταθερή επιτάχυνση εκτελεί Ε.Ο.Ε.Κ. για την οποία:

$$h = \frac{1}{2} a_A \cdot t^2 \rightarrow$$

$$a_A = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 0,36}{0,6^2} m/s^2 = 2m/s^2$$

iii) Με βάση την (5) $a_{cm} = 1m/s^2$, οπότε λύνοντας την εξίσωση (4) ως προς τη δύναμη βρίσκουμε:

$$F = \frac{mg}{2} + \frac{3ma_{cm}}{4}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$F = 20N + 3N = 23N.$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης