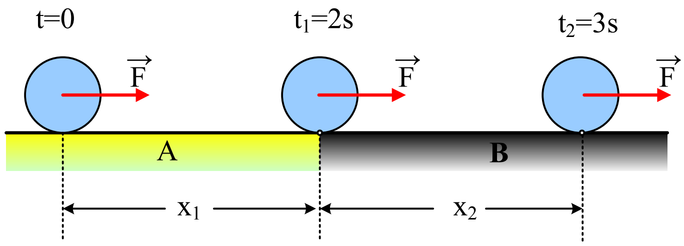
Ένας τροχός σε δύο επίπεδα.



Ένας τροχός ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α σε απόσταση x_1=2m από ένα δεύτερο μη λείο επίπεδο Β. Σε μια στιγμή, που θεωρούμε t=0, ασκούμε στο κέντρο του τροχού μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=10N. Τη χρονική στιγμή t_1=2s ο τροχός περνά στο Β επίπεδο ενώ τη στιγμή t_2=3s έχει διανύσει απόσταση x_2=2,1m στο επίπεδο αυτό.

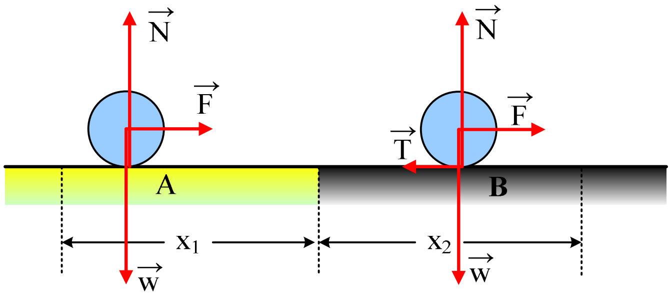
i) Να βρεθεί η μάζα του τροχού.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με $I= ½ MR^2$, ενώ η τριβή που δέχεται στο Β επίπεδο έχει σταθερό μέτρο.

Απάντηση:

i) Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον τροχό στα δύο επίπεδα.



Και στα δύο επίπεδα $ΣF_y=0$ ή N=Mg.

Κατά την κίνηση στο λείο επίπεδο, από το 2° νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

Για τη μεταφορική κίνηση:

$$ΣF=F=M\cdot α_1 \quad (1)$$

Για τη στροφική κίνηση:

$$\text{και } Στ=I\cdot α_{γ1} \text{ ή } α_{γ1}=0$$

Ο τροχός λοιπόν αποκτά σταθερή επιτάχυνση εκτελώντας ΜΟΝΟ μεταφορική κίνηση για την οποία ι-σχύουν:

$$υ=α_1 t \ (2) \quad \text{και} \quad x= ½\, α_1\cdot t^2 \ (3) \rightarrow$$

$$a_1 = \frac{2x_1}{t^2} = \frac{2\cdot 2}{2^2} m/s^2 = 1 m/s^2$$

και από την εξίσωση (1):

$$M=\frac{F}{a_1}=10kg$$

ii) Τη στιγμή t_1 όλα τα σημεία του τροχού έχουν την ίδια ταχύτητα (μεταφορική κίνηση) η οποία είναι ίση (σχέση (2)) με $\upsilon_1=\alpha_1\cdot t_1=2m/s$.

Μόλις ο τροχός περάσει στο Β επίπεδο δέχεται δύναμη τριβής, η ροπή της οποίας θα του προσδώσει γωνιακή επιτάχυνση με αποτέλεσμα να εκτελέσει σύνθετη κίνηση.

Για τη μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F=F-T=M\cdot\alpha_2 \quad (4)$$

Για τη στροφική κίνηση:

$$\text{και } \Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma1} \text{ ή}$$

$$T\cdot R=\tfrac{1}{2} MR^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (5)$$

Αλλά από την σχέση (4) συμπεραίνουμε ότι ο τροχός έχει σταθερή επιτάχυνση, οπότε η μεταφορική κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon=\upsilon_1+\alpha_2\Delta t \quad (6) \text{ και}$$

$$x_2=\upsilon_1\cdot\Delta t+\tfrac{1}{2}\alpha_2\cdot(\Delta t)^2 \rightarrow$$

$$a_2=\frac{2(x_2-\upsilon_1\cdot\Delta t)}{(\Delta t)^2}=\frac{2(2{,}1-2\cdot 1)}{1^2}m/s^2=0{,}2m/s^2$$

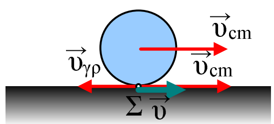
Με αντικατάσταση στην (4) παίρνουμε:

$$T=F-M\alpha_2=10N-10\cdot 0{,}2N=8N$$

Και από την (5) βρίσκουμε:

$$a_{\gamma\omega\nu}=\frac{2T}{MR}$$

Αλλά το σημείο επαφής Σ του τροχού με το έδαφος έχει μια συνιστώσα ταχύτητας λόγω της μεταφορικής κίνησης, ίση με:



$$\upsilon_2=\upsilon_{cm}=\upsilon_1+\alpha_2\Delta t=2m/s+0{,}2\cdot 1m/s=2{,}2m/s$$

και μια γραμμική ταχύτητα λόγω της κυκλικής κίνησης του σημείου που οφείλεται στην περιστροφή του τροχού:

$$\upsilon_{\gamma\rho\alpha\mu}=\omega\cdot R=\alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot\Delta t\cdot R=\frac{2T}{MR}\cdot\Delta t\cdot R=\frac{2T\cdot\Delta t}{M}=\frac{2\cdot 8\cdot 1}{10}m/s=1{,}6m/s$$

από την σύνθεση των δύο αυτών συνιστωσών βρίσκουμε ότι η ταχύτητα του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος είναι:

$$\upsilon=\upsilon_{cm}-\upsilon_{\gamma\rho}=2{,}2m/s-1{,}6m/s=0{,}6m/s$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης