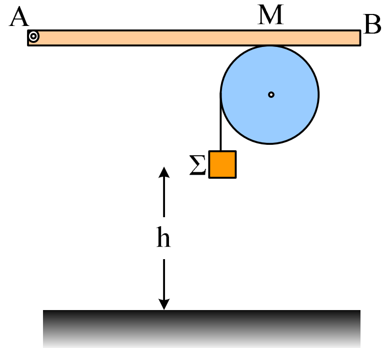
Ένας Κύλινδρος σε επαφή με δοκό.



Ο κύλινδρος του σχήματος έχει ακτίνα R= 0,4m και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονά του που περνά από τα κέντρα των δύο βάσεών του. Τυλίγουμε γύρω του ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m=1kg και το αφήνουμε να κινηθεί από ύψος h=8m, από το έδαφος.

i) Αν ο χρόνος πτώσης του σώματος Σ είναι t_1=4s, να βρεθεί η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου.

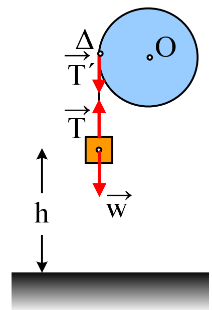
ii) Πάνω στον κύλινδρο τοποθετούμε μια ομογενή δοκό μήκους l και μάζας m_1=6kg, η οποία συνδέεται σε άρθρωση στο άκρο της Α και στον κύλινδρο στο σημείο Μ, όπου (ΑΜ)= 3l/4. Επαναλαμβάνουμε το πείραμα αφήνοντας για t=0 το σώμα Σ να πέσει από το ίδιο ύψος h. Για t=2s και ενώ το σώμα Σ έχει κατέβει κατά y_1=1m, τοποθετούμε στο άκρο Β ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_2, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, οπότε το σώμα Σ φτάνει στο έδαφος για t=7s. Ζητούνται:

α) Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δοκού και κυλίνδρου.

β) Το βάρος του σώματος $Σ_1$.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:



i) Για το σώμα Σ:

$$ΣF=m·α \text{ ή } mg- T = m·α \quad (1)$$

Για τον κύλινδρο:

$$Στ=I·α_{γων} \text{ ή } T΄R= I·α_{γων}, \quad (2)$$

Όπου αφού το νήμα είναι αβαρές, T=T΄, ενώ η ταχύτητα του Σ είναι ίση με την ταχύτητα και κάθε σημείου του νήματος, συνεπώς και του σημείου Δ στην περιφέρεια του κυλίνδρου.

Έτσι $υ_Σ=υ_{γρ}=ω·R$ και με παραγώγιση:

$$\frac{dυ}{dt}=\frac{dω}{dt}\cdot R \text{ ή } α=α_{γων}·R. \quad (3)$$

Η (2) λόγω της (3) γράφεται $T΄= (I/R^2)·α$ (4)

Προσθέτουμε κατά μέλη τις (1) και (4) και παίρνουμε:

$$mg= (m+I/R^2)·α \quad (5)$$

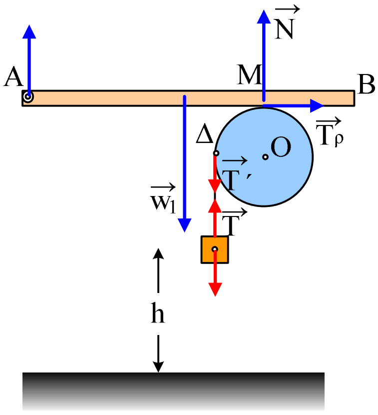
Με βάση την σχέση (5) βλέπουμε ότι η επιτάχυνση του σώματος Σ είναι σταθερή, άρα το σώμα Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$υ= αt \text{ και } h= ½ αt^2 \text{ από όπου:}$$

$$α= 2h/t^2 = 2·8/16 \text{ m/s}^2 = 1\text{m/s}^2.$$

Από την (1) T= mg-mα= (10-1)N =9 N και από την (4) παίρνουμε:

$$I=T·R^2/α= 9· 0,16\text{kg·m}^2 = 1,44 \text{ kg·m}^2.$$



ii) Όταν στηρίξουμε πάνω στον κύλινδρο τη ράβδο και αφήσουμε το σώμα Σ να πέσει, τα πράγματα είναι παρόμοια, με **ΜΙΑ** διαφορά. Στον κύλινδρο ασκείται και τριβή ολίσθησης από την δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ας ξεκινήσουμε από τη δοκό. Αυτή ισορροπεί:

$$Στ_A = 0 \text{ ή } N\cdot 3l/4 - w_1 .l/2 = 0$$

$$N = 2\, m_1\cdot g/3 = 40N.$$

Σε χρόνο t=2s το σώμα πέφτει κατά y_1 και όπως αποδείξαμε προηγουμένως η κίνηση του σώματος Σ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη:

$$y_1 = ½\, α_1 t^2 \rightarrow α_1 = 2y_1/t^2 = 2\cdot 1/4 \text{ m/s}^2 = 0{,}5 \text{ m/}^2. \text{ και } υ_1 = α_1 t = 0{,}5\cdot 2 \text{ m/s} = 1\text{m/s}.$$

Οπότε για το σώμα Σ:

$$mg - T = mα_1 \text{ ή } T = mg - mα_1 = 9{,}5N.$$

α) Παίρνοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε:

$$T΄\cdot R - T_ρ\cdot R = I\cdot α_{γων1} \quad (6)$$

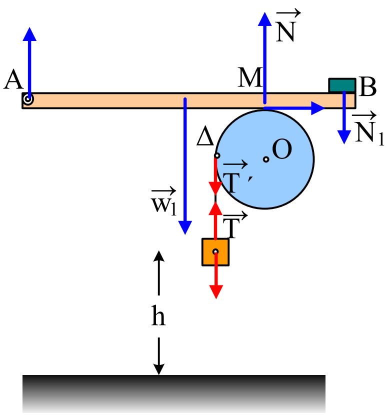
$$\text{όπου } α_{γων1} = α_1/R = 0{,}5/0{,}4 \text{ rad/s}^2 = 1{,}25 \text{ rad/s}^2,$$

οπότε:

$$T_ρ = T΄ - I\cdot α_{γων1}/R = 9{,}5N - 1{,}44\cdot 1{,}25/0{,}4N = 5N.$$

Για την τριβή:

$$T_ρ = μN \rightarrow μ = T_ρ/N = 5/40 = 1/8 = 0{,}125.$$



β) Μόλις τοποθετήσουμε στο άκρο Β το σώμα $Σ_1$, αυτό ισορροπεί άρα δέχεται δύναμη από την δοκό με φορά προς τα πάνω, ίση κατά μέτρο με το βάρος του, οπότε και ασκεί την αντίδρασή της N_1 στην δοκό, όπως στο σχήμα.

Η δοκός ξανά ισορροπεί:

$$Στ_A = 0 \text{ ή } N\cdot 3l/4 - w_1 .l/2 - N_1\cdot l = 0 \quad (7)$$

Αλλάζει η Ν, αλλάζει και η τριβή, μεταβάλλεται και η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας και η επιτάχυνση του σώματος Σ.

Για το σώμα Σ:

$$Δy = υ_1 Δt + ½\, α_2\cdot Δt^2 \rightarrow α_2 = 2(Δy - υ_1 Δt)/\, Δt^2 = 2\cdot(7 - 1\cdot 5)/25 \text{m/s}^2 = 0{,}16 \text{ m/s}^2.$$

Και

$$T = mg - mα_2 = 10N - 0{,}16N = 9{,}84N$$

Από την (6) θέτοντας $α_{γων2} = α_2/R = 0{,}16/0{,}4 \text{ rad/s}^2 = 0{,}4 \text{ rad/s}^2$, παίρνουμε:

$$T_{ρ2} = T΄ - I\cdot α_{γων1}/R = 9{,}84N - 1{,}44\cdot 0{,}4/0{,}4N = 8{,}4N$$

Για την τριβή όμως $T_{ρ2} = μN \rightarrow N = 8{,}4/0{,}125N = 67{,}2N$

Πηγαίνοντας στην (7):

$$N_1 = ¾\, N - ½\, w_1 = ¾\, 67{,}2N - ½\, 60N = 20{,}4N$$

Τόσο είναι λοιπόν και το βάρος του σώματος

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης