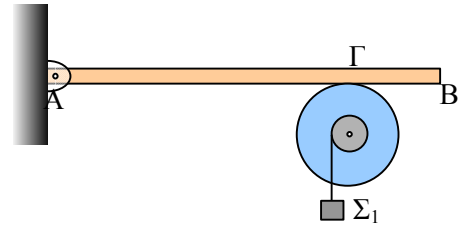


### Μια ισορροπία και μια περιστροφική κίνηση.

Ένα στερεό K αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, που συμπίπτει με τον άξονα των δύο κυλίνδρων, ακτίνων  $R=0,5\text{m}$  και  $r=0,2\text{m}$ . Γύρω από τον κύλινδρο με την μικρότερη ακτίνα έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα στο κάτω άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $2\text{kg}$ . Το στερεό K ισορροπεί, όταν πάνω του στηρίζεται μια ομογενής δοκός (AB) μήκους  $4\text{m}$  και μάζας  $6\text{kg}$ , η οποία συνδέεται με άρθρωση στο άκρο της A. Η δοκός είναι οριζόντια και στηρίζεται στο στερεό σε σημείο Γ, όπου  $(\Gamma B)=1\text{m}$ , όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και στερεού K είναι  $\mu=0,3$ .

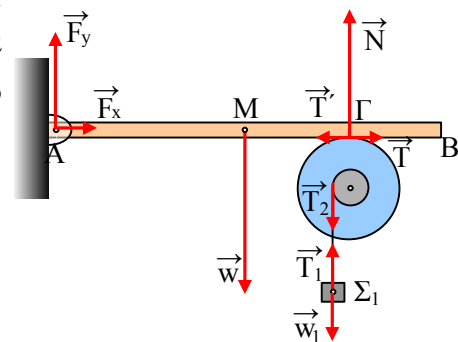


- i) Να βρεθεί η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση. Λύνουμε το σώμα  $\Sigma_1$  και το αντικαθιστούμε με άλλο σώμα  $\Sigma$  μάζας  $10\text{kg}$ , το οποίο αφήνουμε να κινηθεί, από ύψος  $h=2\text{m}$  από το έδαφος. Το σώμα  $\Sigma$  χρειάζεται  $2\text{s}$  για να φτάσει στο έδαφος.
- ii) Να αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος  $\Sigma$  είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- iii) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού K στη διάρκεια της πτώσης.
- iv) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του στερεού K.
- v) Τι ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma$ , μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια εξαιτίας της τριβής;

Θεωρείστε μηδενική τη δυναμική ενέργεια στο έδαφος και  $g=10\text{m/s}^2$ .

#### Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό και στο στερεό (δεν έχει σχεδιαστεί η δύναμη από τον άξονα επειδή δεν μας χρειάζεται και για να μην επιβαρυνθεί περαιτέρω το σχήμα)



- i) Το σώμα  $\Sigma_1$  ισορροπεί, οπότε  $\Sigma F=0$  ή  

$$T_1=m_1g=20\text{N}=T_2.$$

Το στερεό K ισορροπεί οπότε  $\Sigma\tau=0$  ή

$$T_2 \cdot r - T \cdot R = 0 \quad \text{ή} \quad T = \frac{T_2 \cdot r}{R} = \frac{20 \cdot 0,2}{0,5} \text{N} = 8\text{N}$$

Όπου  $T$  η δύναμη στατικής τριβής που ασκείται στο K από τη δοκό, οπότε η δοκός δέχεται την αντίδρασή της  $T'$  με φορά προς τα αριστερά.

Αλλά και η δοκός ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma F_x=0, \quad \Sigma F_y=0 \quad \text{και} \quad \Sigma\tau=0 \rightarrow$$

$$F_x - T' = 0 \quad \text{ή} \quad F_x = T' = T = 8\text{N}$$

$$F_y + N - Mg = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow N \cdot (AG) - w \cdot (AM) = 0 \quad \text{ή} \quad N = \frac{Mg \cdot (AM)}{(AG)} = \frac{60 \cdot 2}{3} N = 40N$$

Άρα από την (1)  $F_y = Mg - N = 20N$ .

- ii) Μόλις τη θέση του  $\Sigma_1$  πάρει το σώμα  $\Sigma$ , οι δυνάμεις είναι ξανά αυτές του σχήματος με τη διαφορά ότι η ασκούμενη τριβή είναι τριβή ολίσθησης για την οποία  $T = \mu N = 0,3 \cdot 40N = 12N$ .

Το σώμα  $\Sigma$  επιταχύνεται προς τα κάτω, οπότε:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \text{ή} \quad mg - T_1 = m \cdot a \quad (2).$$

Το στερεό  $K$  στρέφεται με φορά αντίθετη από τους δείκτες του ρολογιού, οπότε με εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για την στροφική του κίνηση παίρνουμε:

$$T_2 \cdot r - T \cdot R = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

Όπου αφού το νήμα είναι αβαρές  $T_1 = T_2$  (ίσα μέτρα).

Εξάλλου η ταχύτητα του σώματος  $\Sigma$  είναι ίση με την ταχύτητα κάθε σημείου του νήματος συνεπώς και με την γραμμική ταχύτητα ενός σημείου του κυλίνδρου ακτίνας  $r$ .

$$v = v_{\gamma\rho} \quad \text{ή} \quad v = \omega \cdot r \quad \text{ή} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r \rightarrow a = a_{\gamma\omega\nu} r \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) παίρνουμε:

$$a = \frac{mgr^2 - TRr}{mr^2 + I} \quad (4)$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή, οπότε η κίνηση του  $\Sigma$  είναι Ε.Ο.Ε.Κ.

- iii) Για την κίνηση του σώματος  $\Sigma$  λοιπόν θα ισχύουν:

$$v = a \cdot t \quad \text{και} \quad \Delta y = \frac{1}{2} a \cdot t^2, \quad \text{από όπου} \quad a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 2}{2^2} m/s^2 = 1m/s^2$$

$$\text{οπότε από την (3) βρίσκουμε} \quad a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a}{r} = \frac{1}{0,2} rad/s^2 = 5rad/s^2$$

- iv) Από την σχέση (4) βρίσκουμε:

$$I = \frac{m(g-a)r^2 - TRr}{a} = \frac{10(10-1) \cdot 0,2^2 - 12 \cdot 0,5 \cdot 0,2}{1} kg \cdot m^2 = 2,4kg \cdot m^2$$

- v) Η παραγόμενη θερμότητα είναι κατ' απόλυτο τιμή ίσο με το έργο της τριβής.

$$Q = |W_T| = \tau \cdot \theta = T \cdot R \cdot \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t^2 \quad \text{και με αντικατάσταση:}$$

$$Q = T \cdot R \cdot \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t^2 = 12 \cdot 0,5 \cdot \frac{1}{2} 5 \cdot 2^2 J = 60J$$

Ενώ η αρχική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι  $U = mgh = 10 \cdot 10 \cdot 2J = 200J$ .

Συνεπώς το ζητούμενο ποσοστό είναι;

$$\pi = \frac{Q}{U} 100\% = \frac{60}{200} 100\% = 30\%$$

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια: *Διονύσης Μάργαρης*

