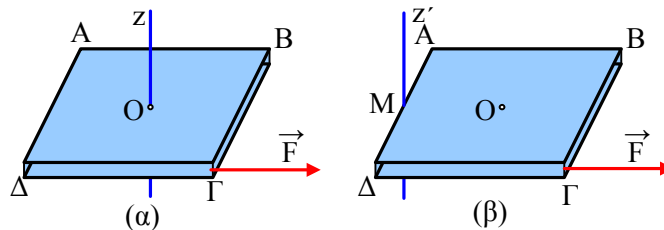


Ροπή και γωνιακή επιτάχυνση

Μια οριζόντια τετράγωνη πλάκα ΑΒΓΔ, πλευράς 1m και μάζας 20kg μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα z που περνά από το κέντρο της. Η πλάκα αποκτά γωνιακή ταχύτητα 5rad/s όταν ασκηθεί πάνω της οριζόντια δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$ στην κορυφή Γ με διεύθυνση, κάθε στιγμή, αυτήν της πλευράς ΔΓ, για χρονικό διάστημα 10s, σχήμα (α).



- i) Να υπολογιστεί η ασκούμενη ροπή, η γωνιακή επιτάχυνση και η ροπή αδράνειας της πλάκας ως προς τον άξονα z.
- ii) Πόση αντίστοιχα γωνιακή ταχύτητα θα αποκτούσε σε χρόνο 10s η πλάκα, αν η περιστροφή γινόταν γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z', ο οποίος περνά από το μέσον M της ΑΔ, σχήμα (β);

Απάντηση:

- i) Η ροπή της δύναμης έχει μέτρο: $\tau = F \cdot d = F \cdot \frac{(AD)}{2} = 5\text{N} \cdot \text{m}$ με διεύθυνση αυτή του άξονα και φορά προς τα πάνω. Η παραπάνω ροπή είναι σταθερή, συνεπώς η πλάκα αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση εκτελώντας στροφική ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, για την οποία έχουμε:

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0} = \frac{\omega}{t} = 0,5 \text{ rad/s}^2$$

Από το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για τη στροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma\tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow I_z = \frac{\tau}{\alpha_{\gamma\omega\nu}} = \frac{5}{0,5} \text{ kgm}^2 = 10 \text{ kgm}^2.$$

- ii) Εφαρμόζοντας το θεώρημα Steiner υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο M.

$$I = I_{\text{cm}} + Md^2 = I_z + M \cdot \left(\frac{(AD)}{2} \right)^2 = 10 \text{ kgm}^2 + 20 \cdot \frac{1}{4} \text{ kgm}^2 = 15 \text{ kgm}^2.$$

Εξάλλου η ασκούμενη ροπή της δύναμης F δεν άλλαξε, οπότε από το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής θα έχουμε.

$$\begin{aligned} \Sigma\tau &= I_M \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow \\ \alpha_{\gamma\omega\nu} &= \frac{5}{15} \text{ rad/s}^2 = \frac{1}{3} \text{ rad/s}^2. \end{aligned}$$

Οπότε η γωνιακή ταχύτητα που αποκτά η πλάκα στο ίδιο χρονικό διάστημα θα είναι:

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t = \frac{10}{3} \text{ rad/s} \approx 3,3 \text{ rad/s}$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι επειδή ο άξονας περιστροφής δεν περνά από το κέντρο μάζας, μεγαλώνει η ροπή αδράνειας, με αποτέλεσμα να μειώνεται η γωνιακή επιτάχυνση και κατά συνέπεια και η γωνιακή ταχύτητα που αποκτά η πλάκα σε ορισμένο χρόνο.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης