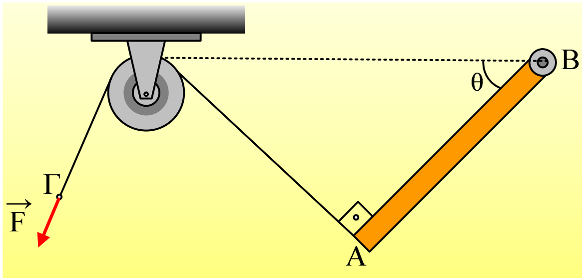
Ισορροπεί οριζόντια;



Η ράβδος ΑΒ του σχήματος μάζας 60kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Β. Δένουμε ένα αβαρές νήμα στο άκρο της Α, το οποίο αφού το περάσουμε από μια τροχαλία μάζας 10kg, στο άλλο του άκρο, ασκούμε μια κατάλληλη δύναμη F, με αποτέλεσμα η ράβδος να ισορροπεί, όπως στο σχήμα, όπου θ=60°, ενώ το νήμα είναι κάθετο στη ράβδο.

i) Να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F.

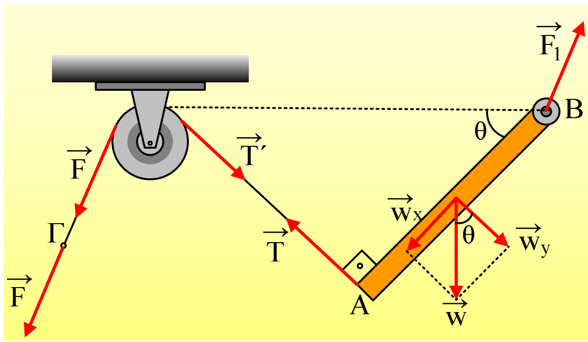
ii) Σε μια στιγμή διπλασιάζουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του άκρου Α της ράβδου, αμέσως μόλις αυξηθεί η δύναμη.

iii) Υποστηρίζεται ότι αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης, μπορούμε να φέρουμε τη ράβδο, ώστε να ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με οριζόντιο και το νήμα μέσω του οποίου ασκούμε τη δύναμη F. Να εξετάσετε αν αυτό μπορεί να επιτευχθεί.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= ½\ mR^2$, ενώ η αντίστοιχη για τη ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής στο άκρον της Β $I= 1/3\ M\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

Απάντηση:

Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, όπου Τ-Τ΄ η τάση του νήματος και F_1 η δύναμη από τον άξονα.



i) Αφού η τροχαλία δεν περιστρέφεται Στ=0 →

$$F\cdot R - T'\cdot R = 0 \rightarrow T' = F$$

Αλλά και η ράβδος ισορροπεί συνεπώς:

$$\Sigma F=0 \text{ και } \Sigma\tau_B=0$$

$$w_y\cdot \ell/2 - T\cdot\ell = 0 \rightarrow T = ½\ Mg\sigma\upsilon\nu\theta \rightarrow$$

$$F = ½\ Mg\sigma\upsilon\nu\theta = ½\ 60\cdot 10\cdot ½ = 150N.$$

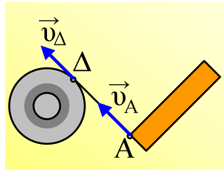
ii) Οι ασκούμενες δυνάμεις είναι ξανά όπως στο παραπάνω σχήμα. Όμως **προσοχή: Η τάση του νήματος δεν έχει το ίδιο μέτρο με προηγούμενα!!!**

Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα για την τροχαλία, θεωρώντας θετική φορά, την αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, και παίρνουμε:

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu1} \rightarrow F\cdot R - T'\cdot R = ½\ mR^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu1} \rightarrow F - T' = ½\ mR\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu1} \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας ξανά το 2ο νόμο του Νεύτωνα για την ράβδο, θεωρώντας τώρα θετική φορά την αντίθετη από την προηγούμενη, παίρνουμε:

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu2} \rightarrow T\cdot\ell - Mg\sigma\upsilon\nu\theta\cdot\frac{\ell}{2} = \frac{1}{3}M\ell^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu2} \rightarrow T - Mg\sigma\upsilon\nu\theta\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3}M\ell\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu2} \ (2).$$



Αλλά η ταχύτητα του σημείου Α, είναι ίση με την ταχύτητα κάθε σημείου του νήματος συνεπώς και με την ταχύτητα του σημείου Δ της τροχαλίας, $\upsilon_A=\upsilon_\Delta$. Με παραγώγιση παίρνουμε:

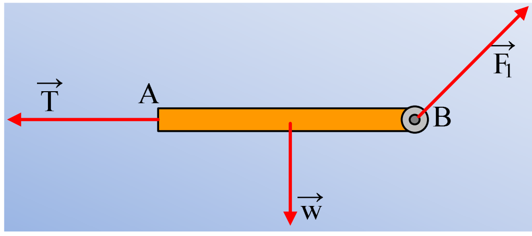
$$\frac{d\upsilon_A}{dt}=\frac{d\upsilon_\Delta}{dt}\to\frac{d(\omega_2\ell)}{dt}=\frac{d(\omega_1 R)}{dt}\to a_{\gamma\omega\nu 2}\ell=\alpha_{\gamma\omega\nu 1}R=\alpha_A \ (3)$$

Προσθέτουμε τις (1) και (2) και λαμβάνοντας υπόψη μας την (3) παίρνουμε:

$$F-\tfrac{1}{2}Mg\sigma\upsilon\nu\theta=\tfrac{1}{2}ma_A+\tfrac{1}{3}Ma_A\to$$

$$\alpha_A=\frac{F-\frac{1}{2}Mg\sigma\upsilon\nu\theta}{\frac{1}{2}m+\frac{1}{3}M}=\frac{200N-\frac{1}{2}60\cdot 10\cdot\frac{1}{2}N}{\frac{1}{2}10kg+\frac{1}{3}60kg}=2m/s^2$$

iii) Έστω ότι αυξάνοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, φέρναμε τη ράβδο να ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως στο διπλανό σχήμα. Τότε:



$$\Sigma\tau_B=0\to w\cdot\frac{\ell}{2}+T\cdot 0+F_1\cdot 0=0\to w\cdot\frac{\ell}{2}=0$$

πράγμα άτοπο.

Δηλαδή όσο και να αυξάναμε την δύναμη F στο άκρο του νήματος, ποτέ δεν θα μπορούσαμε να ισορροπήσουμε σε οριζόντια θέση την ράβδο, αφού δεν θα υπήρχε ροπή, η οποία να εξουδετερώσει τη ροπή του βάρους.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης