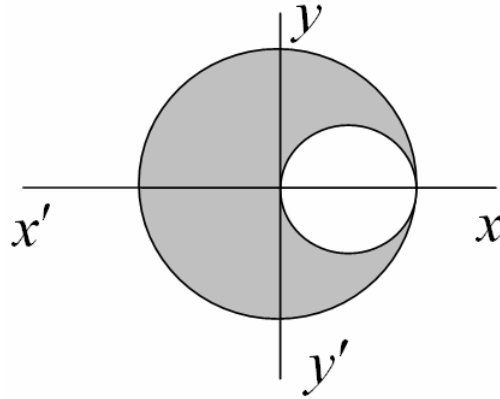


Βρείτε τη ροπή αδράνειας.

Το εικονιζόμενο ομογενές σώμα έχει μάζα 7 Kg και έχει προκύψει από σφαίρα ακτίνας 20 cm στην οποία δημιουργήσαμε σφαιρική κοιλότητα ακτίνας 10 cm .



Να υπολογίσετε την ροπή αδράνειας του σώματος

- i) ως προς τον άξονα xx' .
- ii) ως προς τον άξονα yy' .

Απάντηση:

Ας φανταστούμε ότι η κοιλότητα γεμίζει με ίδιο υλικό. Προκύπτει τότε ένα σώμα με μάζα M . Η μάζα της κοιλότητας έστω m . Το σώμα μάζας M έχει διπλάσια ακτίνα από αυτό μάζας m επομένως έχει οκταπλάσιο όγκο $\left(V = \frac{4}{3} \pi R^3 \right)$ και έχοντας ίδια πυκνότητα έχει οκταπλάσια μάζα. Δηλαδή:

$$M = 8m \quad (1)$$

$$M - m = 7kg \quad (2)$$

Λύνοντας το σύστημα έχουμε ότι $m = 1kg$ και $M = 8kg$.

- i) Άξονας $x'x$

$$\text{Η σφαίρα μάζας } M \text{ έχει ροπή αδράνειας } I_M = \frac{2}{5} MR^2 = \frac{2}{5} 8 \left(\frac{2}{10} \right)^2 = 0,128kg.m^2$$

$$\text{Η σφαίρα μάζας } m \text{ έχει ροπή αδράνειας } I_m = \frac{2}{5} m \left(\frac{R}{2} \right)^2 = \frac{2}{5} 1 \left(\frac{1}{10} \right)^2 = 0,004kg.m^2$$

Το σώμα που απομένει μετά την αφαίρεση έχει ροπή αδράνειας

$$I = I_M - I_m = 0,128kg.m^2 - 0,004kg.m^2 = 0,124kg.m^2$$

- ii) Άξονας $y'y$

Η σφαίρα μάζας M έχει ροπή αδράνειας $I_M = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5}8\left(\frac{2}{10}\right)^2 = 0,128kg.m^2$

Η ροπή αδράνειας της σφαίρας με μάζα m υπολογίζεται με τη βοήθεια του θεωρήματος Steiner:

$$I'_m = I_{CM} + m\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{2}{5}m\left(\frac{R}{2}\right)^2 + m\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{2}{5}m\frac{R^2}{4} + m\frac{R^2}{4} = m\frac{7R^2}{20} = 1\frac{7.4}{2000} = 0,014kg.m^2$$

Το σώμα που απομένει μετά την αφαίρεση έχει ροπή αδράνειας

$$I = I_M - I'_m = 0,128kg.m^2 - 0,014kg.m^2 = 0,114kg.m^2$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Γιάννης Κυριακόπουλος