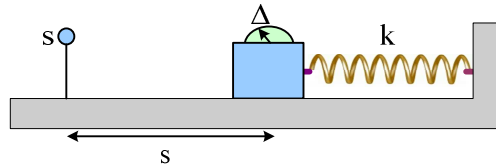


Ταλάντωση και Doppler.

Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ πάνω στο οποίο έχει προσδεθεί ένας καταγραφέας ήχου (δέκτης Δ), δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=1000\text{N/m}$. Σε απόσταση $s=1\text{m}$ υπάρχει μια πηγή που παράγει αρμονικό ήχο συχνότητας 680Hz , όπως στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ προς τα αριστερά κατά $0,4\text{m}$ και για $t=0$ το αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ. Αν η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική, ενώ η μάζα του Σ (και δέκτη μαζί) είναι $m=0,4\text{kg}$ και η ταχύτητα του ήχου $v=340\text{m/s}$, ζητούνται:

- i) Η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο του σώματος Σ .
- ii) Κάποια στιγμή t_1 η συχνότητα που καταγράφει ο δέκτης είναι $f_1=700\text{Hz}$, για πρώτη φορά. Για τη στιγμή αυτή t_1 :
 - α) Ποια η ταχύτητα του Σ .
 - β) Ποιο το επί τοις % ποσοστό της ενέργειας ταλάντωσης που αντιστοιχεί στην δυναμική ενέργεια ταλάντωσης;
 - γ) Ποια η χρονική στιγμή t_1 ;
- iii) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο:
 - α) Της απόστασης πηγής – δέκτη ήχου.
 - β) Της συχνότητας του ήχου που καταγράφει ο δέκτης.

Απάντηση:

- i) Αφού εκτρέψαμε το σώμα κατά $0,4\text{m}$ και το αφήσαμε να εκτελέσει ΑΑΤ, χωρίς να έχει αρχική ταχύτητα, το πλάτος ταλάντωσης θα είναι $A=0,4\text{m}$, ενώ αφού θεωρείται θετική η προς τα δεξιά κατεύθυνση, το σώμα ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση $x=-A$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής $x=A\cdot\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$, όπου

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{0,4}} \text{rad/s} = 50 \text{rad/s}$$

$$\text{Για } t=0, x=-A \text{ οπότε } \eta\mu\varphi_0 = -1 \rightarrow$$

$$\varphi_0 = 3\pi/2 \text{ \acute{a}\rho\alpha}$$

$$x = 0,4 \cdot \eta\mu\left(50t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

- ii) Τη στιγμή t_1 η συχνότητα του ήχου στον δέκτη είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα του ήχου της πηγής. Αυτό σημαίνει ότι ο δέκτης κινείται με ταχύτητα με κατεύθυνση προς τα αριστερά (ο παρατηρητής πλησιάζει τη πηγή).
 - α) Για το μέτρο της ταχύτητας αυτής ισχύει:

$$f_{\Delta} = \frac{\nu + \nu_{\Delta}}{\nu} f_s \rightarrow$$

$$\nu_{\Delta} = \nu \left(\frac{f_{\Delta}}{f_s} - 1 \right) = 340 \left(\frac{700}{680} - 1 \right) = 10 \text{ m/s}$$

Με βάση βέβαια το ότι κινείται προς τα αριστερά, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι $\nu_{\Delta} = -10 \text{ m/s}$.

β) Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi = \frac{U}{E} 100\% = \frac{E - K}{E} 100\% = \left(1 - \frac{mv^2}{kA^2} \right) 100\% \rightarrow$$

$$\pi = \left(1 - \frac{0,4 \cdot 10^2}{1000 \cdot 0,4^2} \right) 100\% = 75\%$$

γ) Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος Σ είναι:

$$\nu_{\Sigma} = \omega \cdot A \cdot \sin(50t + 3\pi/2) \quad (\text{S.I.}) \rightarrow$$

$$-10 = 20 \sin(50t + 3\pi/2) \rightarrow$$

$$\sin(50t + 3\pi/2) = -1/2 = \sin(2\pi/3) \rightarrow$$

$$50t + 3\pi/2 = 2k\pi \pm 2\pi/3$$

$$\xrightarrow{k=1} 50t = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} \rightarrow t = \frac{7\pi}{300} \text{ s}$$

iii) Η απόσταση πηγής-δέκτη είναι

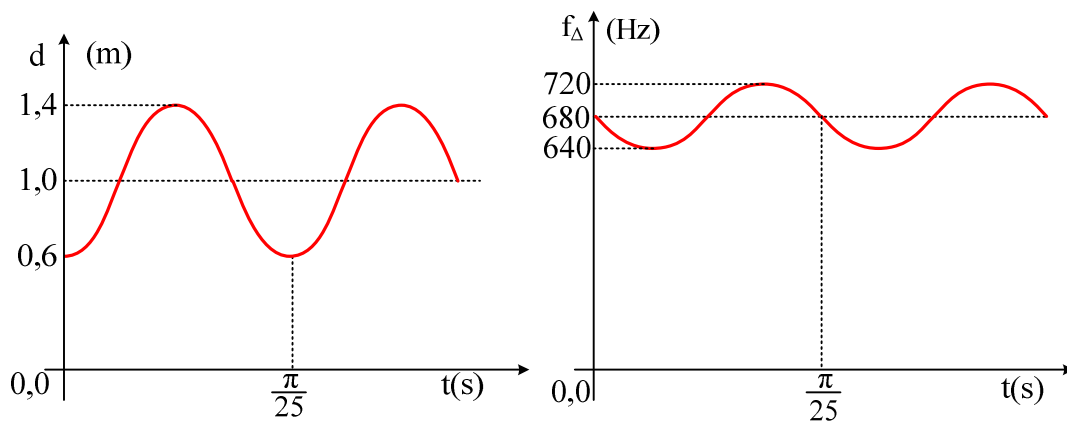
$$d = s + x = 1 + x = 1 + 0,4 \cdot \eta\mu\left(50t + \frac{3\pi}{2}\right) = 1 - 0,4 \sin 50t \quad (\text{S.I.})$$

Ενώ η συχνότητα που καταγράφει ο δέκτης είναι (προσοχή!!! Όταν η ταχύτητα έχει θετική αλγεβρική τιμή ο δέκτης απομακρύνεται από την πηγή, ενώ όταν έχει αρνητική ταχύτητα πλησιάζει).

$$f_{\Delta} = \frac{\nu + \nu_{\Delta}}{\nu} f_s = \frac{340 - 20 \sin\left(50t + \frac{3\pi}{2}\right)}{340} 680 \rightarrow$$

$$f_{\Delta} = 680 - 40 \sin\left(50t + \frac{3\pi}{2}\right) = 680 - 40 \eta\mu 50t \quad (\text{S.I.})$$

Οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις είναι οι παρακάτω.



Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης