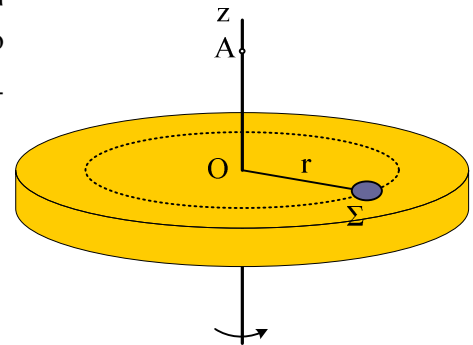


### Στροφορμή. Μερικές περιπτώσεις.

1) Στο διπλανό σχήμα ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του, ενώ ένα υλικό σημείο  $\Sigma$ , μάζας  $m$ , απέχει απόσταση  $r$  από το κέντρο  $O$  του δίσκου.



i) Σημειώστε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα:

- α) Γωνιακή ταχύτητα του  $\Sigma$ .
- β) Γραμμική ταχύτητα του  $\Sigma$
- γ) Στροφορμή του  $\Sigma$  ως προς το σημείο  $O$ .
- δ) Στροφορμή του  $\Sigma$  ως προς (κατά) τον άξονα  $z$ .

ii) Τα μέτρα των αντίστοιχων μεγεθών είναι:

$$v_{\gamma\rho} = \dots\dots\dots L_o = \dots\dots\dots L_z = \dots\dots\dots$$

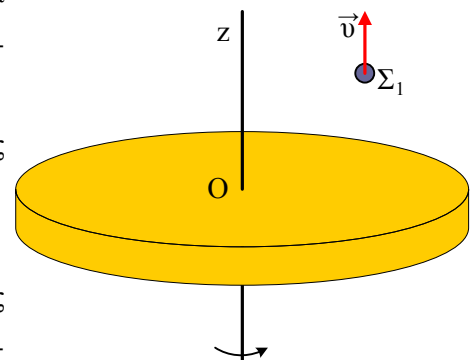
2) Έστω ένα σημείο  $A$  του άξονα  $z$ , όπου  $(AO) = r$ .

- i) Σημειώστε στο σχήμα τη στροφορμή του υλικού σημείου  $\Sigma$  ως προς το  $A$  και υπολογίστε το μέτρο της.
- ii) Υπολογίστε το μέτρο της προβολής της στροφορμής του  $\Sigma$  ως προς το  $A$ , πάνω στον άξονα  $z$ .
- iii) Για τη στροφορμή του υλικού σημείου  $\Sigma$  ως προς το σημείο  $A$  ισχύει:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$$

Όπου  $I = m(A\Sigma)^2$  και  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου. Είναι σωστή η παραπάνω σχέση;

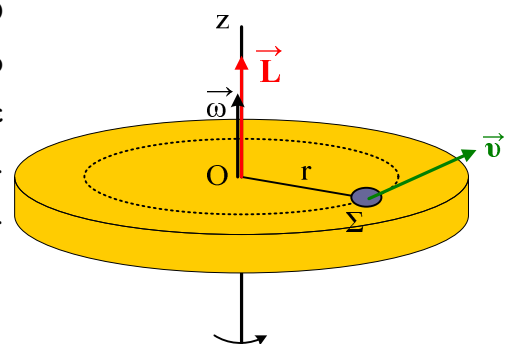
3) Ένα άλλο υλικό σημείο  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  κινείται κατακόρυφα και κάποια στιγμή έχει ταχύτητα  $v$ , απέχοντας κατά  $r$  από τον άξονα περιστροφής του δίσκου.



- i) Σημειώστε στο σχήμα το διάνυσμα της στροφορμής του  $\Sigma_1$  ως προς το σημείο  $O$ . Από ποια εξίσωση βρίσκουμε το μέτρο της;
- ii) Πόση είναι η στροφορμή του  $\Sigma_1$  ως προς (κατά) τον άξονα  $z$ ;
- iii) Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του  $\Sigma_1$  ως προς το σημείο  $O$ . Να σχεδιάσετε στο σχήμα το διάνυσμα του παραπάνω ρυθμού.

**Απάντηση:**

1) i) Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς το σημείο  $O$  είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς του υλικού σημείου στο  $O$ , κατά συνέπεια έχει την διεύθυνση του άξονα και με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού έχει φορά προς τα πάνω. Ταυτίζεται δε, με την στροφορμή ως προς (κατά) τον άξονα. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τα ζητούμενα διανύσματα.



ii) Τα μέτρα των αντίστοιχων μεγεθών είναι:

$$v_{\gamma\rho} = \omega \cdot r, \quad L_o = mvr = mr^2\omega, \quad L_z = mvr = mr^2\omega.$$

- 2) Αν πάρουμε το υλικό σημείο  $\Sigma$  στη θέση όπου το επίπεδο  $OAS$  να ταυτίζεται με το επίπεδο της σελίδας, τότε το διάνυσμα της στροφορμής ως προς το σημείο  $A$  είναι κάθετο στο επίπεδο που ορίζουν η ταχύτητα και η απόσταση  $(\Sigma A)=R$ , όπως στο σχήμα.

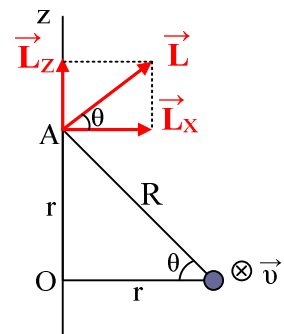
- i) Για το μέτρο της έχουμε:

$$L_A = m v R = m \omega r \cdot r\sqrt{2} = mr^2 \omega \sqrt{2}$$

- ii) Αναλύοντας την παραπάνω στροφορμή σε δύο κάθετους άξονες (βλέπε σχήμα, όπου  $\theta=45^\circ$ , ισοσκελές και ορθογώνιο τρίγωνο  $OAS$ ) έχουμε:

$$L_z = L \cdot \eta\mu\theta = L \cdot \eta\mu 45^\circ = mr^2 \omega \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = mr^2 \omega$$

- iii) Η σχέση  $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$  είναι λανθασμένη αφού το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας και το διάνυσμα της στροφορμής έχουν διαφορετικές κατευθύνσεις. Το  $\omega$  είναι πάνω στον άξονα  $z$ , ενώ η στροφορμή ως προς το  $A$  σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα.



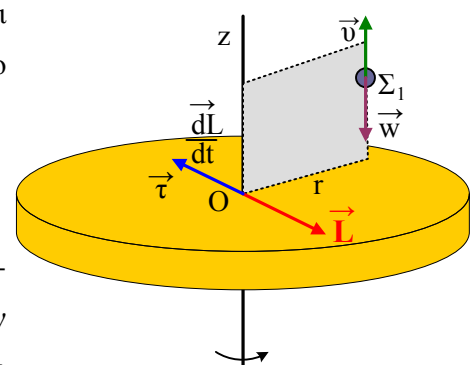
- 3) Η στροφορμή του υλικού σημείου  $\Sigma_1$  ως προς το σημείο  $O$  είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει ο φορέας της ταχύτητας και το σημείο  $O$ , όπως στο σχήμα, έχοντας οριζόντια διεύθυνση.

- i) Το μέτρο της είναι:

$$L = m_1 \cdot v \cdot r$$

- ii) Η ορμή του  $\Sigma_1$  είναι παράλληλη στον άξονα  $z$  συνεπώς το υλικό σημείο δεν παρουσιάζει στροφορμή ως προς (κατά) τον άξονα  $z$ . Με άλλα λόγια η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς το σημείο  $O$  δεν έχει κατακόρυφη συνιστώσα.

- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του  $\Sigma_1$  ως προς το  $O$  θα ισούται με τη ροπή του βάρους ως προς το  $O$ , αφού  $\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = mgr$ , ενώ στο σχήμα έχει σχεδιαστεί και το διάνυσμά του.



### Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης