Ερωτήσεις σχετικές με την εργαστηριακή άσκηση:

«Μέτρηση ροπής αδράνειας»

Η ιδέα.

Πολλές φορές από μετρήσεις ενός πειράματος χαράσσουμε μια καμπύλη, η κλίση της οποίας μας δίνει το προς μέτρησιν μέγεθος.

Σαν παραδείγματα:

Η κλίση της «καμπύλης» $V = f(I)$ δίδει την αντίσταση.

Η κλίση της $T^2 = f(\ell)$ (στο εκκρεμές) ή της αντίστροφης δίνει την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

Πως θα προσαρμόσουμε την (must πλέον) κλίση στον υπολογισμό της ροπής αδράνειας;

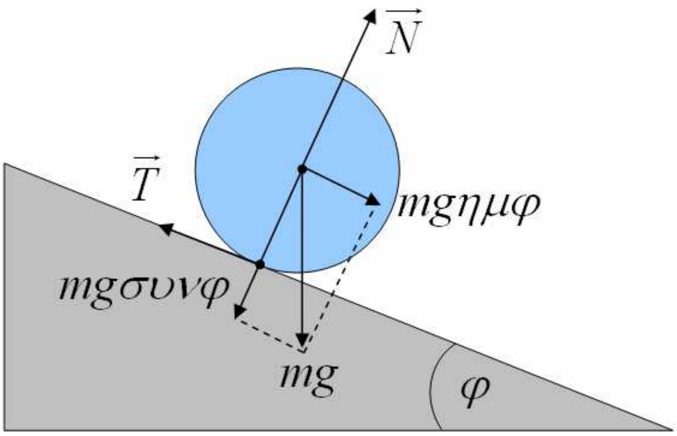
Ας δούμε το πρόβλημα από την αρχή, λίγο διαφορετικά από τον εργαστηριακό οδηγό.

Θέλουμε να μετρήσουμε τη ροπή αδράνειας ενός σώματος με κυκλική διατομή (σφαίρα , στεφάνη ή κύλινδρος). Προφανώς απαιτούνται τουλάχιστον δύο μετρήσεις. Αν με μια μέτρηση καταφέρναμε να μετρήσουμε τη ροπή αδράνειας θα έτριζαν τα κόκαλα του Γαλιλαίου που έδειξε ότι όλες οι σφαίρες κινούνται όμοια σε κεκλιμένο επίπεδο άσχετα με τη μάζα τους (και επομένως με τη ροπή αδράνειάς τους).

Αρχικά μετράμε τη μάζα m και την ακτίνα R του σώματος. Θα μπορούσαμε να μετρήσουμε τον λόγο I/mR^2 ή mR^2/I. Για να ταιριάζουμε με τον εργαστηριακό οδηγό θα θέσουμε : $I = mD^2$, όπου D ένα μήκος χαρακτηριστικό του σώματος. Για κάθε, π.χ. , συμπαγή και ομογενή κύλινδρο $D = R/\sqrt{2}$. Από το πείραμα θα υπολογίσουμε το D και με πολλαπλασιασμό …

Λίγη θεωρία

Σημειώνουμε τις δυνάμεις και εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο για την μεταφορική αλλά και τη στροφική κίνηση.



$$mg\eta\mu\varphi - T = m.a \quad (1)$$

και

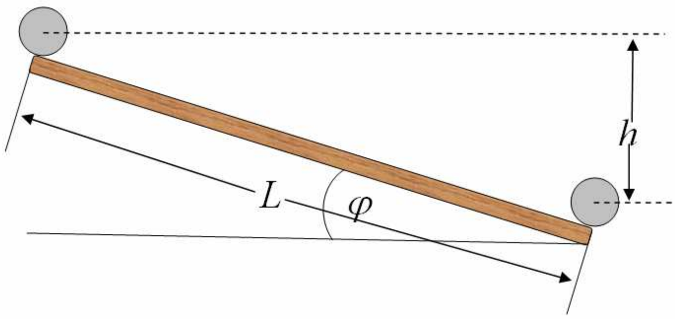
$$TR = I.a_\gamma \Rightarrow TR = I.\frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{I}{R^2}.a \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow mg\eta\mu\varphi = \left(m + \frac{I}{R^2}\right)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{mg\eta\mu\varphi}{m + \frac{I}{R^2}}$$

Η παραπάνω σχέση θέτοντας $I = mD^2$ γίνεται: $a = \dfrac{g\eta\mu\varphi}{1 + \dfrac{D^2}{R^2}}$

Μετά από αυτά έρχεται η ιδέα για να στηθεί το πείραμα. Μας χρειάζεται μια σανίδα με γνωστό μήκος L πάνω στην οποία θα κατρακυλήσει χωρίς να ολισθαίνει το σώμα μας. Το σώμα θα πέσει από ύψος h.



Φαίνεται από το σχήμα ότι $\eta\mu\varphi = \dfrac{h}{L}$, οπότε:

$$a = \frac{g}{\left(1 + \frac{D^2}{R^2}\right)L}h$$

δηλαδή η επιτάχυνση είναι ανάλογη του h.

Ερώτηση 1

Κατά την κάθοδο του σώματος, εφ' όσον κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ο λόγος της κινητικής ενέργειας περιστροφής προς την μεταφορική κινητική ενέργεια:

i) Μένει σταθερός.
ii) Αυξάνεται συνεχώς.
iii) Μειώνεται συνεχώς.
iv) Αρχικά αυξάνεται και εν συνεχεία μειώνεται.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

Απάντηση:

$$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}}=\frac{\frac{1}{2}I\omega^2}{\frac{1}{2}m.\upsilon^2}$$

Επειδή δεν έχω ολίσθηση $\upsilon=\omega.R$ οπότε:

$$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}}=\frac{I\omega^2}{m.R^2\omega^2}=\frac{I}{m.R^2}$$

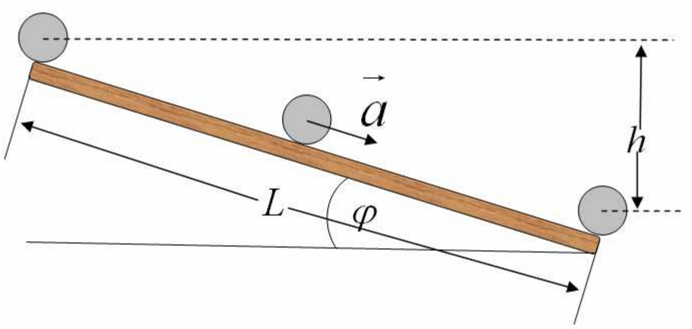
Ο λόγος αυτός είναι σταθερός και χαρακτηριστικός του σώματος. Για τη συμπαγή και ομογενή σφαίρα ,επί παραδείγματι, είναι:

$$\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}}=\frac{I}{m.R^2}=\frac{\frac{2}{5}m.R^2}{m.R^2}=0,4$$

Με την παραδοχή $I=mD^2$ έχουμε ότι $\frac{K_{\pi\varepsilon\rho}}{K_{\mu\varepsilon\tau}}=\frac{I}{m.R^2}=\frac{m.D^2}{m.R^2}=\frac{D^2}{R^2}$

Προφανώς λοιπόν σωστή είναι η 1η πρόταση.

Ερώτηση 2



Πως θα κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του σώματος συναρτήσει του ύψους h από το οποίο αφήνεται το σώμα σε σανίδα δεδομένου μήκους L ;

Απάντηση:

Δίνουμε στη σανίδα μια σχετικά μικρή κλίση. Αφήνουμε το σώμα να κατρακυλήσει από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφού προηγουμένως έχουμε μετρήσει το ύψος h. Μετράμε τον χρόνο t της καθόδου. Επειδή η κίνηση του κέντρου μάζας είναι ομαλά επιταχυνόμενη ισχύει η σχέση $L=\frac{1}{2}a.t^2$.

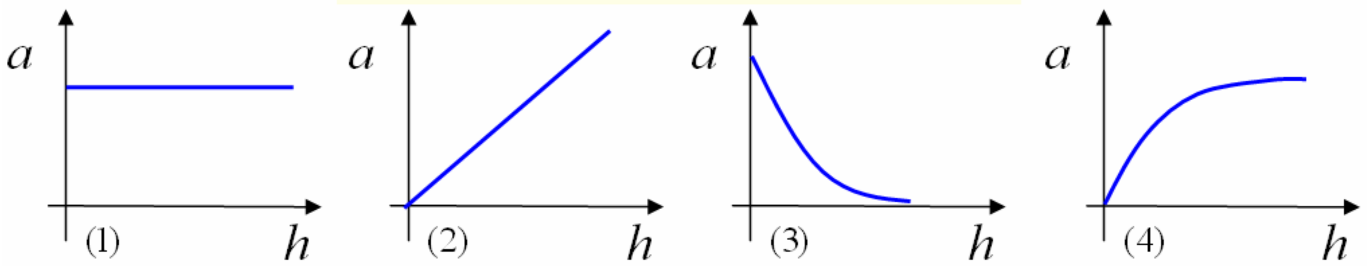
Από αυτήν υπολογίζουμε την επιτάχυνση $a=\frac{2.L}{t^2}$.

Επαναλαμβάνουμε και για άλλα ύψη και κατασκευάζουμε πίνακα:

h	a

Κατόπιν κάνουμε την γραφική παράσταση $a = f\left(h\right)$.

Ερώτηση 3



Η γραφική παράσταση $a = f\left(h\right)$ έχει τη μορφή:

Επιλέξατε και αιτιολογήσατε.

Απάντηση:

Είδαμε ότι:

$$a = \frac{g}{\left(1+\frac{D^2}{R^2}\right)L}h$$

Αυτό σημαίνει ότι σωστή είναι η (2).

Ερώτηση 4

Πως θα υπολογίσουμε την ροπή αδράνειας του σώματος από την γραφική παράσταση της $a = f\left(h\right)$;

Απάντηση:

Η κλίση της «καμπύλης» είναι:

$$\frac{a}{h} = \frac{g}{\left(1+\frac{D^2}{R^2}\right)L}$$

Ας ονομάσουμε αυτήν κ όπως ο εργαστηριακός οδηγός.

$$\kappa = \frac{g}{\left(1+\frac{D^2}{R^2}\right)L} \Rightarrow 1+\frac{D^2}{R^2} = \frac{g}{\kappa.L} \Rightarrow \frac{D^2}{R^2} = \frac{g}{\kappa.L} - 1 \Rightarrow D^2 = R^2\left(\frac{g}{\kappa.L} - 1\right)$$

Όταν βρούμε το D^2 υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας $I = mD^2$.

Φυσικά έχουμε μετρήσει τη μάζα και την ακτίνα του σώματος.

Η μάζα μετράται με ζυγό ή ευαίσθητο δυναμόμετρο και η ακτίνα υπολογίζεται αφού με παχύμετρο μετρήσουμε την διάμετρο.

Ερώτηση 5

Στο παραπάνω πείραμα ελήφθησαν οι μετρήσεις:

Ύψος(m)	χρόνος (s)
0	**0**
0,1	3,6
0,2	2,4
0,3	2,05
0,4	1,78
0,5	1,53
0,6	1,45
0,7	1,34

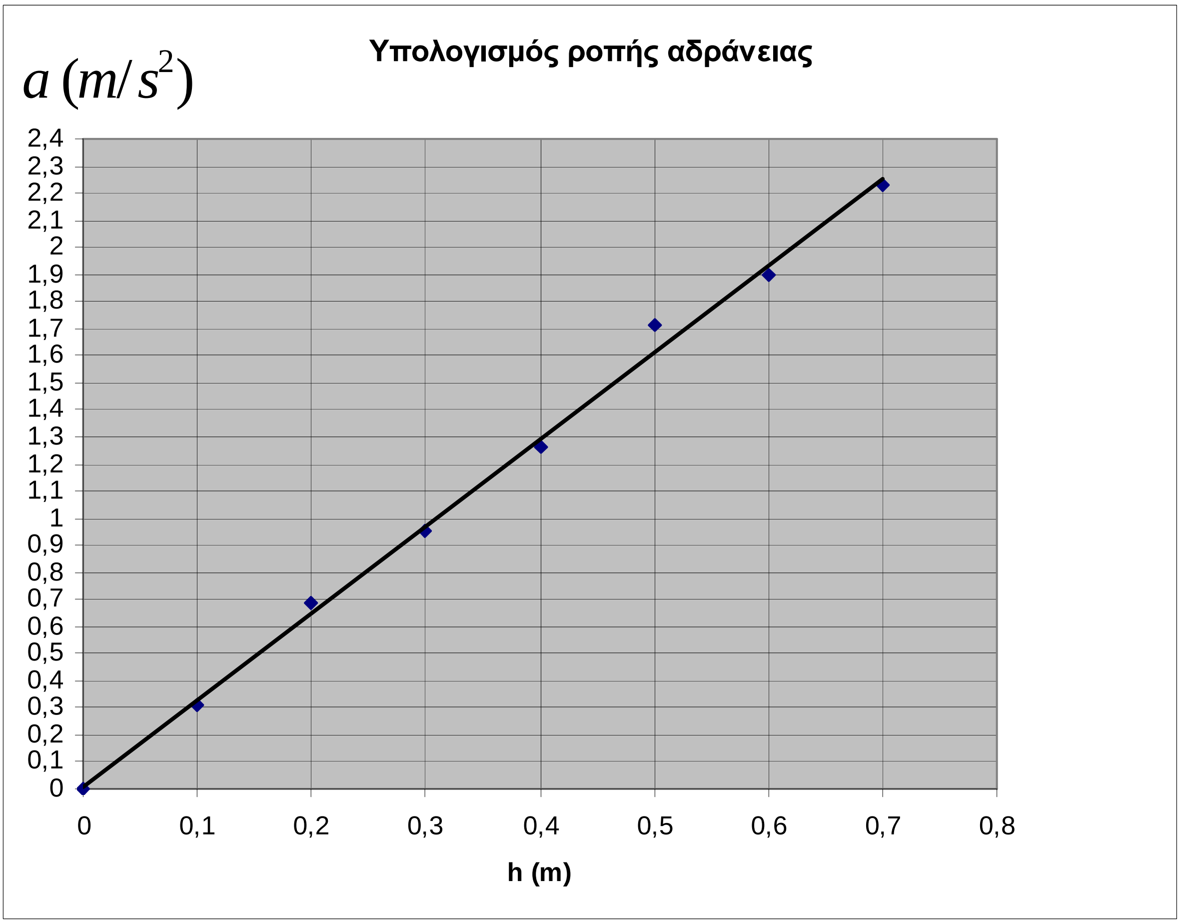
Να γίνει η γραφική παράσταση $a = f(h)$ και να υπολογισθεί η ροπή αδράνειας. Η μάζα του σώματος είναι $4kg$ και η ακτίνα του $0,1m$. Η σανίδα έχει μήκος $2m$.

Απάντηση:

Από τη σχέση $L = \frac{1}{2}a.t^2 \Rightarrow a = \frac{2L}{t^2}$ υπολογίζουμε την κάθε επιτάχυνση και συμπληρώνουμε τον πίνακα:

Ύψος(m)	Χρόνος (s)	$a\,(m/s^2)$
0	**0**	0
0,1	3,6	0,31
0,2	2,4	0,69
0,3	2,05	0,95
0,4	1,78	1,26
0,5	1,53	1,71
0,6	1,45	1,9
0,7	1,34	2,23

Κάνουμε την γραφική παράσταση. Φροντίζουμε η ευθεία που θα χαράξουμε να περάσει από την αρχή των αξόνων και όσο πιο κοντά γίνεται στα σημεία.



Υπολογίζουμε την κλίση στο $h = 0,5m$. Προσοχή στο ότι η $a = 1,6\frac{m}{s}$ και όχι $a = 1,7\frac{m}{s}$ όπως βγήκε στη μέτρηση.

Επομένως $\kappa = \frac{1,6}{0,5}s^{-2} = 3,2s^{-2}$.

$$I = mD^2 = mD^2 = mR^2\left(\frac{g}{\kappa.L} - 1\right) = ... = 2,13.10^{-2}kg.m^2$$

Ερώτηση 6

Στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κατρακυλήσουν ομογενής συμπαγής σφαίρα και ομογενής συμπαγής κύλινδρος.

Ποιο σώμα θα φτάσει πρώτο στη βάση ;

Ποιο σώμα θα φτάσει με μεγαλύτερη ταχύτητα στη βάση ;

Απάντηση:

Είδαμε ότι :

$$a=\frac{mg\eta\mu\varphi}{m+\frac{I}{R^2}}=\frac{g\eta\mu\varphi}{1+\frac{I}{mR^2}}$$

Στην περίπτωση της σφαίρας

$$a=\frac{g\eta\mu\varphi}{1+\frac{\frac{2}{5}mR^2}{mR^2}}=\frac{5g\eta\mu\varphi}{7}$$

Στην περίπτωση του κυλίνδρου

$$a=\frac{g\eta\mu\varphi}{1+\frac{\frac{1}{2}mR^2}{mR^2}}=\frac{2g\eta\mu\varphi}{3}$$

Η σφαίρα αποκτά μεγαλύτερη επιτάχυνση και επομένως φτάνει συντομότερα στη βάση.

Το σώμα που κινείται με μεγαλύτερη επιτάχυνση φτάνει στη βάση με μεγαλύτερη ταχύτητα διότι:

$$L=\frac{1}{2}a.t^2 \Rightarrow L=\frac{1}{2}\frac{(a.t)^2}{a} \Rightarrow L=\frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{a} \Rightarrow \upsilon^2=2La$$

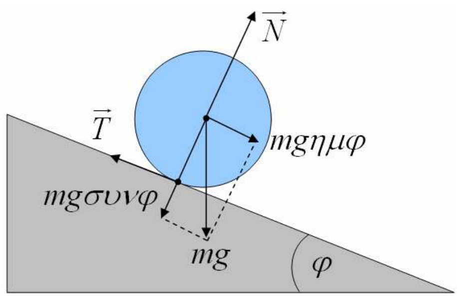
Η σφαίρα επομένως φτάνει στη βάση με μεγαλύτερη ταχύτητα.

Ερώτηση 7

Έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε τη ροπή αδράνειας συμπαγούς κυλίνδρου ο οποίος παρουσιάζει με τη σανίδα τριβή με συντελεστή στατικής τριβής $\mu=1/3$. Ποια είναι η μεγαλύτερη κλίση που μπορούμε να δώσουμε στη σανίδα;

Απάντηση:

Θέλουμε να μην παρατηρείται ολίσθηση ώστε να ισχύει η σχέση $a_\gamma=a/R$.



$$N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (1)$$

Επίσης

$$mg\eta\mu\varphi-T=m.a \quad (2)$$

και

$$TR=I.a_\gamma \Rightarrow TR=\frac{mR^2}{2}.\frac{a}{R}\Rightarrow T=\frac{m}{2}.a \quad (3)\quad (2),(3)\Rightarrow mg\eta\mu\varphi=\frac{3}{2}ma\Rightarrow a=\frac{2g\eta\mu\varphi}{3}$$

$$(3)\Rightarrow T=\frac{mg\eta\mu\varphi}{3} \quad (4)$$

Όμως θέλουμε στατική τριβή δηλαδή:

$$T\le\mu.N\Rightarrow\frac{mg\eta\mu\varphi}{3}\le\mu.mg\sigma\upsilon\nu\varphi\Rightarrow\varepsilon\varphi\varphi\le3.\mu\Rightarrow\varepsilon\varphi\varphi\le1\Rightarrow\varphi\le45^o$$

Με δίμετρη σανίδα πρέπει το ύψος να είναι μικρότερο από $1,41m$, κάτι που συνήθως τηρείται.

Ερώτηση 8

Γιατί δίνουμε σχετικά μικρές κλίσεις στη σανίδα;

Απάντηση:

Είναι εύκολο να παρασυρθεί κάποιος και να απαντήσει :

«-Για να μην υπάρξει ολίσθηση μια και πρέπει π.χ. στην περίπτωση του κυλίνδρου $\varepsilon\varphi\varphi \le 3.\mu$ »

Οι μικρές κλίσεις μας εξασφαλίζουν μεγαλύτερη διάρκεια κίνησης και επομένως μικρότερο σφάλμα στη μέτρηση του χρόνου.

Αν η μέτρηση του χρόνου γίνει με το multilog και φωτοπύλες τότε το σφάλμα δεν μας απασχολεί.

Προσομοίωση και υπολογιστικό φύλλο μπορείτε να βρείτε σε περυσινή ανάρτηση:
http://ylikonet.gr/group/explorativecreation/forum/topics/prosomoihoseis-stereohu

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Γιάννης Κυριακόπουλος