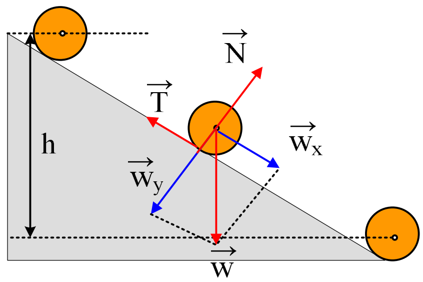
Έργο τριβής ολίσθησης



Ας εξετάσουμε τώρα την περίπτωση όπου το στερεό εκτελεί **κύλιση με ολίσθηση** καθώς κατεβαίνει το πλάγιο επίπεδο. Όπως έχουμε δείξει σε προηγούμενη ανάρτηση, για να κυλίεται το στερεό χωρίς να ολισθαίνει πρέπει ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής να έχει τιμή: $\mu > \frac{\lambda}{1+\lambda}\varepsilon\varphi\varphi$. Στην αντίθετη περίπτωση το στερεό εκτελεί κύλιση με ολίσθηση, οπότε η τριβή που δέχεται είναι τριβή ολίσθησης και οι επιταχύνσεις υπολογίζονται εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής χωριστά για κάθε κίνηση.

Για τη μεταφορική κίνηση ισχύει:

$$w_x - T = Ma_{cm} \Rightarrow Mg\eta\mu\varphi - \mu Mg\sigma\upsilon\nu\varphi = Ma_{cm} \Rightarrow a_{cm} = g(\eta\mu\varphi - \mu\sigma\upsilon\nu\varphi) \quad (1)$$

Για την περιστροφική αντίστοιχα:

$$\Sigma\tau = TR = Ia_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mu Mg\sigma\upsilon\nu\varphi R = \lambda MR^2 a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\mu g\sigma\upsilon\nu\varphi}{\lambda R} \quad (2)$$

Αν εκφράσουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας θα έχουμε ότι η αρχική δυναμική έχει μετατραπεί σε κινητική μεταφορικής κίνησης, σε κινητική περιστροφικής κίνησης και σε θερμότητα:

$$Mgh = \frac{1}{2}M\upsilon^2 + \frac{1}{2}\lambda MR^2\omega^2 + Q_\Theta \quad (3)$$

Όμως το έργο ποιας δύναμης εκφράζει την εκλυόμενη θερμότητα;

Η απάντηση νομίζω ότι προκύπτει, αν βασιζόμενοι στην αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, εφαρμόσουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για κάθε κίνηση χωριστά.

Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για τη μεταφορική κίνηση έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{w_x} + W_T \Rightarrow \frac{1}{2}M\upsilon^2 - 0 = Mg\eta\mu\varphi x - Tx \Rightarrow \frac{1}{2}M\upsilon^2 = Mgh - Tx \quad (4)$$

αφού εξετάζοντας μόνο τη μεταφορική κίνηση το σημείο εφαρμογής της τριβής μετατοπίζεται κατά: $x = \frac{h}{\eta\mu\varphi}$.

Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\tau_T} \Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 = \tau_T\theta \Rightarrow \frac{1}{2}\lambda MR^2\omega^2 = TR\theta \quad (5)$$

Προσθέτοντας τις (4)+(5) έχουμε:

$$\frac{1}{2}M\upsilon^2 + \frac{1}{2}\lambda MR^2\omega^2 = Mgh - Tx + TR\theta \Rightarrow \frac{1}{2}M\upsilon^2 + \frac{1}{2}\lambda MR^2\omega^2 + T(x - R\theta) = Mgh \quad (6)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (3) και (6) βλέπουμε ότι **η εκλυόμενη θερμότητα** είναι ίση με:

$$Q_\Theta = T(x - R\theta) = T(x - s)$$

αφού κατά τη διάρκεια της κύλισης με ολίσθηση, η **μετατόπιση x** του κέντρου μάζας είναι **μεγαλύτερη** από το **μήκος του τόξου s** που διαγράφει ένα σημείο της περιφέρειας του στερεού, κάτι που δε συμβαίνει στην κύλιση χωρίς ολίσθηση. Συνεπώς, **η απώλεια κινητικής μεταφορικής λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης, δε μετατρέπεται πλήρως σε κινητική περιστροφικής μέσω του έργου της ροπής της τριβής, αλλά ένα μέρος εκλύεται στο περιβάλλον υπό μορφή θερμότητας.**

Στο ίδιο συμπέρασμα μπορούμε να φθάσουμε ξεκινώντας από τη σχέση (3) και αντικαθιστώντας για την ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική:

$$x=\frac{1}{2}a_{cm}t^2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}a_{cm}\left(\frac{\upsilon}{a_{cm}}\right)^2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}\frac{\upsilon^2}{a_{cm}} \Rightarrow \upsilon^2=2xa_{cm}$$

Ομοίως για την ομαλά επιταχυνόμενη περιστροφική:

$$\theta=\frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t^2=\frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}\left(\frac{\omega}{\alpha_{\gamma\omega\nu}}\right)^2 \Rightarrow \omega^2=2\theta\alpha_{\gamma\omega\nu}$$

Οπότε έχουμε:

$$Mgh=\frac{1}{2}M\,2xa_{cm}+\frac{1}{2}\lambda MR^2\,2\theta\alpha_{\gamma\omega\nu}+Q_\Theta \Rightarrow Mgh=Ma_{cm}x+\lambda MR^2\alpha_{\gamma\omega\nu}\theta+Q_\Theta \Rightarrow$$

$$Mgh=(W_x-T)x+TR\theta+Q_\Theta \Rightarrow Mgh=Mg\eta\mu\varphi x-Tx+TR\theta+Q_\Theta \Rightarrow$$

$$Q_\Theta=T(x-R\theta) \Rightarrow Q_\Theta=T(x-s)$$

Ο υπολογισμός της γωνίας που διαγράφει το στερεό μέχρι να φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου μπορεί να γίνει από τις εξισώσεις κίνησης $x=\frac{1}{2}a_{cm}t^2$ και $\theta=\frac{1}{2}\alpha_{\gamma\omega\nu}t^2$ αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη:

$$\theta=\frac{\alpha_{\gamma\omega\nu}}{a_{cm}}x \Rightarrow \theta=\frac{\dfrac{\mu g\sigma\upsilon\nu\varphi}{\lambda R}}{g(\eta\mu\varphi-\mu\sigma\upsilon\nu\varphi)}x \Rightarrow \theta=\frac{\mu\sigma\upsilon\nu\varphi}{\lambda(\eta\mu\varphi-\mu\sigma\upsilon\nu\varphi)}\frac{x}{R}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια
Θοδωρής Παπασγουρίδης