Ερωτήσεις στις κρούσεις. Απαντήσεις.

1) Η ενέργεια της ταλάντωσης θα είναι $E=\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2$ (1)

Από την αρχή διατήρησης της ορμής προκύπτει $m_1\upsilon_o=(m_1+m_2)V$ ή $V=\frac{m_1\upsilon_o}{m_1+m_2}$ (2)

Η (1) με βάση τη (2) γράφεται έτσι $E=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(\frac{m_1\upsilon_o}{m_1+m_2}\right)^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{m_1^2\upsilon_o^2}{m_1+m_2}$ (3)

Αλλά $E = 0{,}1K_o$ άρα $\frac{1}{2}\cdot\frac{m_1^2\upsilon_o^2}{m_1+m_2}=0{,}1\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2$ ή $\frac{m_1}{m_1+m_2}=0{,}1$ ή

$m_1=0{,}1m_1+0{,}1m_2$ ή $0{,}9m_1=0{,}1m_2$ ή $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{9}$ άρα

σωστή είναι η β

2) Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E=\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$ άρα $\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2=3\cdot\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2$ ή $m_2\upsilon_2^2=3m_1\upsilon_1^2$ (1)

Η κρούση είναι κεντρική ελαστική με το σώμα μάζας m_2 αρχικά ακίνητο άρα:

$\upsilon_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_o$ και $\upsilon_2=\frac{2m_1\upsilon_o}{m_1+m_2}$ (2).

Η (1) με βάση τις (2) γράφεται:

$m_2\frac{4m_1^2\upsilon_o^2}{(m_1+m_2)^2}=3m_1\frac{(m_1-m_2)^2\upsilon_o^2}{(m_1+m_2)^2}$ ή

$4m_1^2m_2=3m_1\left(m_1^2-2m_1m_2+m_2^2\right)$ ή

$3m_2^2+3m_1^2-10m_1m_2=0$

Θέτουμε $m_2=\lambda m_1$, $\lambda>0$ κι έχουμε :

$3\lambda^2-10\lambda+3=0$ (3).

Οι ρίζες της (3) προκύπτουν : $\lambda_1=\frac{1}{3}$ και $\lambda_2=3$

Αν δεχτούμε την λ_1 θα έχουμε : $m_1=3m_2$ και

$\upsilon_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_o=\frac{3m_2-m_2}{3m_2+m_2}\upsilon_o=\frac{\upsilon_o}{2}>0.$

Αν δεχτούμε την λ_2 θα έχουμε : $m_2=3m_1$ και

$\upsilon_1=\frac{m_1-3m_1}{m_1+3m_1}\upsilon_o=-\frac{\upsilon_o}{2}<0$, δηλαδή αμέσως μετά την κρούση η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 έχει αλλάξει φορά, γεγονός που συμφωνεί με τα δεδομένα του προβλήματος.

Άρα η λύση λ_2 είναι αποδεκτή , κατά συνέπεια $m_2 = 3m_1$ ή $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$ και

σωστή είναι η β.

3) Η περίοδος της ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση θα είναι $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$

Επειδή δίνεται ότι, ο χρόνος της κίνησης από το σημείο που έγινε η κρούση μέχρι τη θέση ισορροπίας είναι T/4 , σημαίνει ότι , το Σ_1 αμέσως μετά την κρούση βρέθηκε σε θέση πλάτους για τη νέα ταλάντωσή του.

Κατά συνέπεια ακινητοποιήθηκε στιγμιαία κατά την ελαστική κρούση.

Και επειδή το Σ_2 ήταν ακίνητο πριν την κρούση, τα σώματα αντάλλαξαν ταχύτητες, άρα έχουν ίσες μάζες.

Άρα $\frac{m_1}{m_2} = 1$ και

σωστή είναι η α.

4) Έστω $\boldsymbol{\upsilon_1}$, $\boldsymbol{\upsilon_2}$ οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 , Σ_2 αντίστοιχα μετά την μεταξύ τους κρούση.

Το Σ_1 κατά την επαφή του με το ελατήριο, δεν χάνει ενέργεια , άρα η ταχύτητά του διατηρεί το ίδιο μέτρο που είχε μετά την κρούση , αλλά έχει αντίθετη φορά.

Από το δεδομένο ότι, η τελική απόσταση μεταξύ των σωμάτων είναι σταθερή , συμπεραίνουμε ότι οι ταχύτητές τους είναι ίσες .

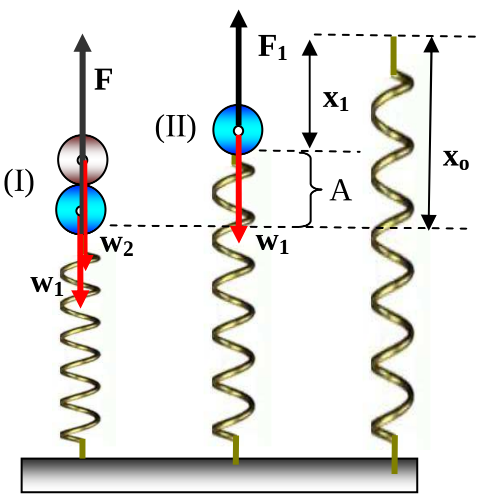
Δηλαδή μετά την κρούση οι ταχύτητες των σωμάτων είναι αντίθετες.

Όμως $\upsilon_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_o$ και $\upsilon_2 = \frac{2m_1\upsilon_o}{m_1 + m_2}$ και επειδή $\vec{\upsilon}_1 \nearrow\swarrow \vec{\upsilon}_2$ ισχύει ότι

$-\frac{2m_1\upsilon_o}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_o$ άρα $-2m_1 = m_1 - m_2$ ή $-3m_1 = -m_2$ ή $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$ άρα

σωστή είναι η β

5) Από την αρχή της διατήρησης της ορμής κατά την κρούση προκύπτει ότι



$m\upsilon_o = (m + m_2)\frac{\upsilon_o}{2}$ ή $2m = m + m_2$ ή $m_2 = m$ (1)

Από την αρχική ισορροπία του συστήματος – εικόνα (I) προκύπτει ότι $\vec{F} + \vec{w}_1 + \vec{w}_2 = \vec{0}$ ή

$F = (m_1 + m_2)g$ ή $kx_o = (m_1 + m_2)g$ ή $x_o = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$

και με βάση την (1) $x_o = \frac{(m_1 + m\ )g}{k}$ (2)

Στη θέση ισορροπίας της σφαίρας Σ_1 - εικόνα (II) ισχύει ότι

$\vec{F}_1 + \vec{w}_1 = \vec{0}$ ή $F_1 = m_1 g$ ή $kx_1 = m_1 g$ ή $x_1 = \frac{m_1 g}{k}$ (3)

Έτσι η σφαίρα Σ_1 όταν αρχίζει η ταλάντωση έχει μηδενική ταχύτητα, άρα βρίσκεται σε ακραία θέση , και απέχει από το σημείο ισορροπίας της κατά $A = x_o - x_1$ και με βάση τις (2) και (3) $A = \frac{mg}{k}$ άρα

σωστή είναι η γ.

6) Από την αρχή της διατήρησης της στροφορμής έχουμε

$\vec{L}_{\rho,\Sigma_1} + \vec{L}_{\Sigma_2} = \vec{L}_{\tau\epsilon\lambda}$ όμως $\vec{L}_{\rho,\Sigma_1} \nearrow\swarrow \vec{L}_{\Sigma_2}$ άρα

$$\left(\frac{1}{3}M\ell^2 + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right)\omega_1 - m_2\upsilon_o\frac{\ell}{2} = \left(\frac{1}{3}M\ell^2 + (m_1+m_2)\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right)\omega_2 \quad (1)$$

αλλά $\left.\begin{array}{l} \upsilon_1 = \omega_1 \cdot \frac{\ell}{2} \quad \text{και} \\ \upsilon_2 = \omega_2\frac{\ell}{2} \end{array}\right\}$ ή $\left.\begin{array}{l} \omega_1 = \frac{2\upsilon_1}{\ell} \\ \omega_2 = \frac{2\upsilon_2}{\ell} \end{array}\right\}$ (2)

Η (1) με βάση τις (2) γράφεται

$$\left(\frac{1}{3}M\ell^2 + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right)\frac{2\upsilon_1}{\ell} - m_2\upsilon_o\frac{\ell}{2} = \left(\frac{1}{3}M\ell^2 + (m_1+m_2)\left(\frac{\ell}{2}\right)^2\right)\frac{2\upsilon_2}{\ell}$$ από τη οποία μετά τις πράξεις

προκύπτει ότι

$$(4M + 3m_1)\upsilon_1 - 3m_2\upsilon_o = \left(4M + 3(m_1+m_2)\right)\upsilon_2$$ άρα

σωστή είναι η γ.

7) Από την αρχή της διατήρησης της στροφορμής προκύπτει ότι

$$I_B \cdot \omega_o = m \cdot \upsilon \cdot d$$

$$\frac{1}{3}m\ell^2\omega_o = m \cdot \upsilon \cdot d \quad \text{ή} \quad \omega_o = 3\frac{d \cdot \upsilon}{\ell^2} \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική έχουμε ότι

$$\frac{1}{2}I_B\omega_o^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{ή} \quad \frac{1}{3}m\ell^2\omega_o^2 = m\upsilon^2 \quad \text{ή} \quad \omega_o^2 = \frac{3\upsilon^2}{\ell^2}$$ και με βάση την (1)

$$9\frac{d^2 \cdot \upsilon^2}{\ell^4} = \frac{3\upsilon^2}{\ell^2} \quad \text{ή} \quad d = \frac{\ell\sqrt{3}}{3}$$ άρα

σωστή είναι η α.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια
Μανώλης Δρακάκης