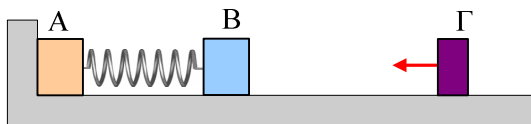


Μηχανικό σύστημα και Ελαστική κρούση.

Στο σχήμα το σώμα Γ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$ και για $t=0$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα Β. Αν $m_A=m_B=2m_\Gamma=2\text{kg}$ και το ελατήριο έχει φυσικό μήκος $0,5\text{m}$ και σταθερά $K=128\text{N/m}$, ζητούνται:



- i) Η ταχύτητα του σώματος Β μετά την κρούση.
- ii) Η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των σωμάτων Α και Β.
- iii) Ποια χρονική στιγμή το Α θα αποσπασθεί από τον τοίχο.
- iv) Ποια η δύναμη που δέχεται το σώμα Α από τον τοίχο, σε συνάρτηση με τον χρόνο, αν η κρούση έγινε για $t=0$ και είχε αμελητέα διάρκεια.
- v) Η μέγιστη ταχύτητα του Α.

Αρχικά τα σώματα Α και Β ήταν ακίνητα και δεμένα με το ελατήριο ενώ το επίπεδο είναι λείο.

Απάντηση:

- i) Μετά την κρούση τα σώματα Β και Γ έχουν ταχύτητες (θεωρώντας την προς τα αριστερά κατεύθυνση σαν θετική):

$$v_\Gamma' = (m_\Gamma - m_B) \cdot v_0 / (m_B + m_\Gamma) = (1 - 2) \cdot 3 / (1 + 2) \text{ m/s} = -1 \text{ m/s}$$

$$v_B' = 2m_\Gamma \cdot v_0 / (m_B + m_\Gamma) = 2 \cdot 3 / 3 = 2 \text{ m/s}$$

- ii) Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ (για το σύστημα σώμα Β-ελατήριο) μέχρι τη θέση που θα σταματήσει στιγμιαία το σώμα Β και παίρνουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

$$\frac{1}{2} m_B \cdot v_B'^2 = \frac{1}{2} K \cdot (\Delta l)^2 \quad \text{ή}$$

$$\Delta l = v_B' \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \sqrt{\frac{2}{128}} m = 0,25 m$$

Η ελάχιστη λοιπόν απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι $d_{\text{min}} = 0,5\text{m} - 0,25\text{m} = 0,25\text{m}$.

- iii) Το σώμα Β θα κάνει α.α.τ. πλάτους $0,4\text{m}$ και περιόδου:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{128}} \text{ s} = \frac{\pi}{4} \text{ s}$$

Σε χρόνο $T/2 = \pi/8 \text{ s}$ το σώμα Β θα έχει επιστρέψει στην αρχική του θέση, οπότε το ελατήριο θα αρχίζει να επιμηκώνεται και το σώμα Α θα αποσπαστεί από τον τοίχο.

- iv) Για το σώμα Β έχουμε:

$$\Sigma F = F_{\text{ελ}} = -K \cdot x = -K \cdot A \eta \mu \omega t,$$

όπου $\omega = 2\pi/T = 8\text{rad/s}$. Άρα

$$F_{\text{ελ}} = -128 \cdot 0,25 \cdot \eta \mu 8t = -32 \eta \mu 8t \text{ (S.I.)}$$

Το σώμα Α στο παραπάνω χρονικό διάστημα ισορροπεί. Οι δυνάμεις δέχεται μια δύναμη από το ελατήριο με φορά προς τα αριστερά, αφού το ελατήριο είναι συμπιεσμένο και μια δύναμη F , προς τα δεξιά από τον τοίχο.

Αφού ισορροπεί:

$$\Sigma F=0$$

άρα και

$$F= 32\eta\mu 8t \text{ (S.I.) με φορά προς τα δεξιά.}$$

- ν) Τη στιγμή που το σώμα Β επιστρέφει στην αρχική του θέση έχει ταχύτητα μέτρου 2m/s με φορά προς τα δεξιά. Τη στιγμή αυτή το σώμα Α έχει μηδενική ταχύτητα. Για όσο χρόνο το ελατήριο έχει κάποια επιμήκυνση το σώμα Α επιταχύνεται προς τα δεξιά, ενώ μόλις το ελατήριο αποκτήσει ξανά το φυσικό του μήκος, θα πάψει να επιταχύνεται έχοντας τη στιγμή αυτή την μέγιστη ταχύτητά του.

Ανάμεσα στις δύο καταστάσεις που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, για το σύστημα των δύο σωμάτων Α και Β θα ισχύουν:

$$\text{ΑΔΟ: } m_B \cdot v_B = m_B \cdot v_2 + m_A \cdot v_A \quad (1)$$

$$\text{ΑΔΜΕ: } K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}} \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2} m_B \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} m_B \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} m_A \cdot v_1^2 \quad (2)$$

Από την λύση των εξισώσεων (1) και (2) έχουμε:

$v_2=0$ και $v_1= 2\text{m/s}$. Δηλαδή τα σώματα Α και Β αντάλλαξαν ταχύτητες!!!

Σχόλιο:

Η παραπάνω κατάσταση σας θυμίζει τίποτα;; Δείτε καλύτερα το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2)....

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης