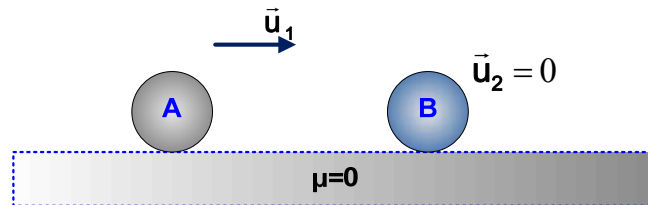


Μετωπική Ελαστική Κρούση

Μια σφαίρα Α μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα Β μάζας m_2 ($m_2 < m_1$).



Αν οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ των δύο σφαιρών κατά την κρούση θεωρηθούν σταθερές:

α) Να προσδιοριστούν οι τελικές ταχύτητες των δύο σφαιρών σε συνάρτηση με την ταχύτητα u_1 . Να δείξετε ότι σε κάποια χρονική στιγμή οι σφαίρες αποκτούν κοινή ταχύτητα.

β) Αν κατά τη χρονική στιγμή που οι δύο σφαίρες αποκτούν κοινή ταχύτητα, το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που έχει μετατραπεί σε ενέργεια παραμόρφωσης είναι 10%, να προσδιοριστεί ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών.

β1) Ποιο το ποσοστό της αρχικής ορμής της σφαίρας Α που μεταφέρθηκε στη σφαίρα Β;

β2) Να σχεδιάσετε σε κοινό διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις $p-t$ για τις δύο σφαίρες

Απάντηση:

Ερώτημα α:

Για το προσδιορισμό των ταχυτήτων των δυο σφαιρών χρησιμοποιούμε: **Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.) & Αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο).**

Οπότε προκύπτουν τα εξής:

$$\text{Σφαίρα Α:} \quad u_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \quad (1)$$

$$\text{Σφαίρα Β:} \quad u_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot u_1 \quad (2)$$

Από την υπόθεση της άσκησης έχουμε ότι:

$$m_1 > m_2 \Rightarrow 2m_1 > m_1 - m_2 \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} u_2' > u_1' \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{άρα κάποια στιγμή θα είχαμε } u_1' = u_2' = u_k$$

Ερώτημα β:

Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που έχει μετατραπεί σε ενέργεια παραμόρφωσης δίνεται από την σχέση:

$$\pi = \frac{E_{\text{παραμ.}}}{E_{\text{αρχ.}}} \Rightarrow \pi = \frac{K_{\text{αρχ.}} - K_{\text{συστ.}}}{K_{\text{αρχ.}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi = \left(1 - \frac{K_{\text{συστ.}}}{K_{\text{αρχ.}}}\right) \quad (3)$$

Υπολογισμός της Κινητικής ενέργειας του συστήματος τη χρονική στιγμή που οι δύο σφαίρες αποκτούν κοινή ταχύτητα:

- Προσδιορισμός της κοινής ταχύτητας:

Εφαρμόζουμε για το σύστημα των σφαιρών, Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.), (Το σύστημα είναι μονωμένο):

$$\begin{aligned} \vec{P}_{\text{ολ.}} = \text{σταθ.} &\Rightarrow \vec{P}_{\text{ολ.}(αρχ.)} = \vec{P}_{\text{ολ.}(τελ.)} \Rightarrow \vec{P}_{1(αρχ.)} + \vec{P}_{2(αρχ.)} = \vec{P}_{1(τελ.)} + \vec{P}_{2(τελ.)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 u_1 + 0 = (m_1 + m_2) u_k \Rightarrow u_k = \frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2} \quad (4) \end{aligned}$$

Οπότε

$$\begin{aligned} K_{\text{συστ.}} &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) u_k^2 \stackrel{(4)}{\Rightarrow} K_{\text{συστ.}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 u_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow K_{\text{συστ.}} = \frac{(m_1 u_1)^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)} \quad (5) \end{aligned}$$

Προσδιορισμός του λόγου των μαζών των δυο σφαιρών:

$$\begin{aligned} (3) \stackrel{(5)}{\Rightarrow} \pi &= \left(1 - \frac{\frac{(m_1 u_1)^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)}}{\frac{m_1 u_1^2}{2}}\right) \Rightarrow \pi = \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \Rightarrow \pi = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - \pi}{\pi} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1 - 0,1}{0,1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 9 \Rightarrow m_1 = 9m_2 \quad (6) \end{aligned}$$

Ερώτημα β1:

Με συνδυασμό των παραπάνω σχέσεων προκύπτει

$$\begin{cases} (1), (6) \Rightarrow u'_1 = \frac{4u_1}{5} \\ (2), (6) \Rightarrow u'_2 = \frac{9u_1}{5} \end{cases}$$

Το ποσοστό της αρχικής ορμής της σφαίρας Α που μεταφέρθηκε στη σφαίρα Β είναι:

$$\frac{P_{2(τελ.)}}{P_{1(αρχ.)}} \cdot 100\% = \frac{m_2 u'_2}{m_1 u_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{m_1}{9} \cdot \frac{9u_1}{5}}{m_1 u_1} \cdot 100\% \Rightarrow \frac{P_{2(τελ.)}}{P_{1(αρχ.)}} \cdot 100\% = 20\%$$

Ερώτημα β2:

Από το προηγούμενο ερώτημα έχουμε:

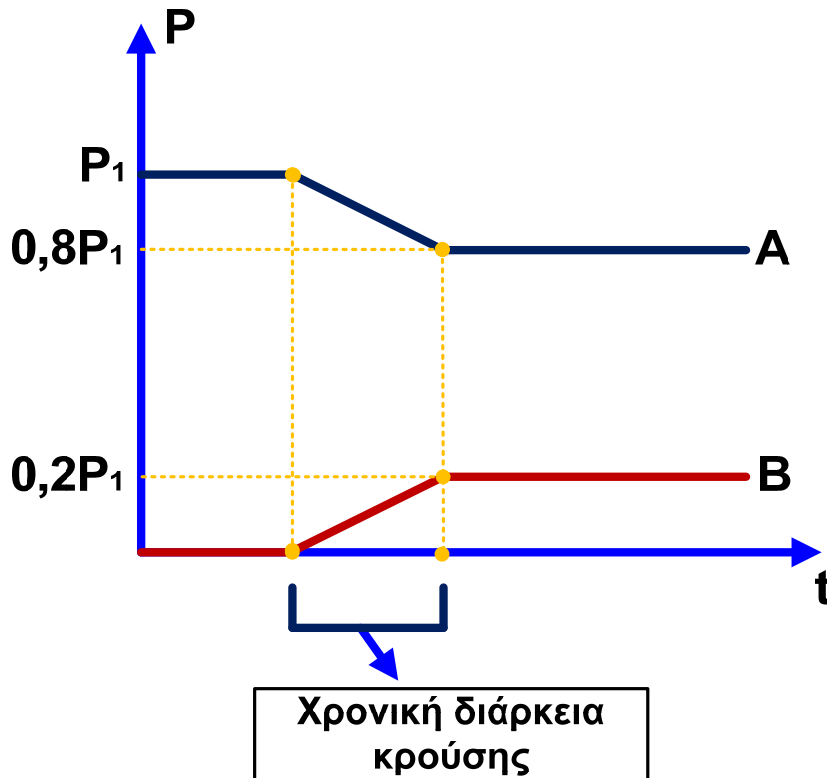
$$\frac{P_{2(τελ.)}}{P_{1(αρχ.)}} = 0,2 \Rightarrow P_{2(τελ.)} = 0,2 P_{1(αρχ.)} = \text{σταθ.}$$

και από Αρχή Διατήρησης της Ορμής

$$P_{1(\text{τελ.})} = P_{1(\text{αρχ.})} - P_{2(\text{τελ.})} \Rightarrow P_{1(\text{τελ.})} = P_{1(\text{αρχ.})} - 0,2P_{1(\text{αρχ.})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{1(\text{τελ.})} = 0,8P_{1(\text{αρχ.})} = \text{σταθ.}$$

Γραφική Παράσταση P-t



Παρατήρηση: κατά την διάρκεια της κρούσης οι δυνάμεις που δέχονται οι σφαίρες είναι σταθερές. Άρα η πρώτη σφαίρα θα επιβραδύνεται ομαλά ενώ η δεύτερη θα επιταχύνεται (ομαλά).

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Παναγόπουλος Γιώργος

Βουλδής Άγγελος

Μεντζελόπουλος Λευτέρης

Τσόμπος Κωστής