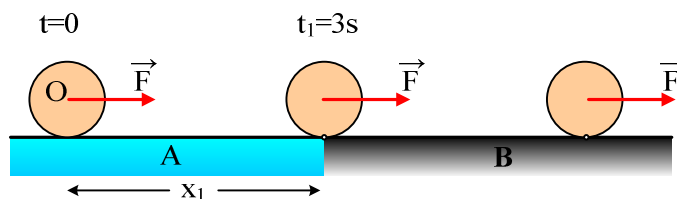
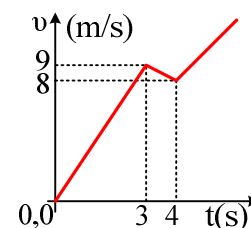


### Ένα στερεό σε δύο επίπεδα.



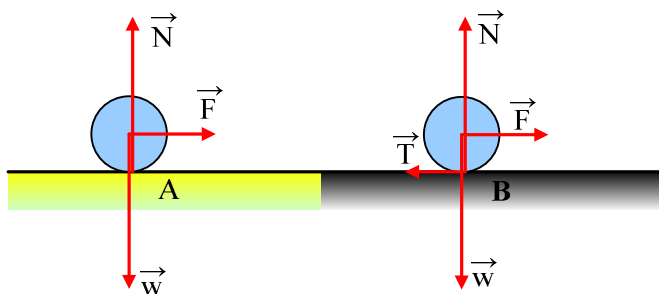
Η τομή ενός στερεού (κύλινδρος ή σφαίρα) είναι κύκλος κέντρου  $O$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$ . Το στερεό έχει μάζα  $10\text{kg}$  και ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο  $A$  σε απόσταση  $x_1$  από ένα δεύτερο μη λείο επίπεδο  $B$ . Σε μια στιγμή, που θεωρούμε  $t=0$ , ασκούμε στο κέντρο  $O$  μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $F$ . Τη χρονική στιγμή  $t_1=3\text{s}$  το στερεό περνά στο  $B$  επίπεδο. Μετρήσαμε την ταχύτητα του στερεού και πήραμε το διπλανό διάγραμμα.



- i) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης δύναμης  $F$  και η γωνιακή ταχύτητα του στερεού τη στιγμή  $t=2\text{s}$ .
- ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που δέχεται το στερεό στο χρονικό διάστημα από  $3\text{s}$  έως  $4\text{s}$ . Η τριβή αυτή είναι τριβή ολίσθησης ή στατική τριβή;
- iii) Αν δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι ίση με  $I = \lambda MR^2$ , να υπολογιστεί η τιμή του συντελεστή  $\lambda$ .
- iv) Να βρεθεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής για  $t > 4\text{s}$ .

#### Απάντηση:

- i) Στο παρακάτω σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο στερεό στα δύο επίπεδα.



Και στα δύο επίπεδα  $\Sigma F_y = 0$  ή  $N = Mg$ .

Κατά την κίνηση στο λείο επίπεδο, από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

Για τη μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F = F = M \cdot a_1 \quad (1)$$

Ενώ αφού δεν ασκείται ροπή στο στερεό, δεν περιστρέφεται, εκτελώντας μόνο μεταφορική κίνηση.

Συνεπώς για  $t=2\text{s}$  η γωνιακή ταχύτητα είναι μηδενική.

Αλλά στο διάγραμμα της ταχύτητας η κλίση, η οποία παραμένει σταθερή από  $0-3\text{s}$ , μας δίνει την επιτάχυνση:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{9-0}{3-0} \text{ m/s}^2 = 3 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

$$F = M \cdot a_1 = 30N$$

ii) Μόλις το στερεό περάσει στο Β επίπεδο δέχεται δύναμη τριβής. Αμέσως μετά την είσοδό του στο επίπεδο Β, το σημείο επαφής του στερεού με το έδαφος έχει την ίδια ταχύτητα  $v = 3m/s$ , με το κέντρο μάζας, συνεπώς η τριβή αυτή, είναι τριβή ολίσθησης και αυτό θα ισχύει, για όσο χρόνο το σημείο επαφής του στερεού με το έδαφος έχει ταχύτητα. Με βάση το διάγραμμα που μας δίνεται, το στερεό επιβραδύνεται για ένα δευτερόλεπτο, μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα  $8m/s$ . Μετά βλέπουμε να αλλάζει η κατάσταση και να επιταχύνεται ξανά. Αυτό σημαίνει ότι η τριβή ελαττώθηκε και αυτό συμβαίνει επειδή το στερεό παύει να ολισθαίνει και αρχίζει να κυλιέται, οπότε η τριβή μετατρέπεται σε στατική τριβή.

Για το χρονικό διάστημα από 3s-4s το στερεό έχει επιτάχυνση:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8-9}{4-3} m/s^2 = -1m/s^2$$

Για τη μεταφορική κίνηση:

$$\Sigma F = F - T = M \cdot a_2 \rightarrow$$

$$T = F - M \cdot a_2 = 30N - 10 \cdot (-1)N = 40N$$

Αλλά για τη στροφική κίνηση (δουλεύουμε με τα μέτρα των μεγεθών):

$$\text{και } \Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma 1} \text{ ή}$$

$$T \cdot R = \lambda MR^2 \cdot \alpha_{\gamma \omega v} \quad (2)$$

Η σχέση (2) μας λέει ότι το στερεό είχε σταθερή γωνιακή επιτάχυνση στο παραπάνω χρονικό διάστημα. Αλλά για  $t=4s$  το στερεό αρχίζει να κυλιέται συνεπώς:

$$v = \omega \cdot R \rightarrow \omega = v/R = 16r/s$$

$$\text{Οπότε } a_{\gamma \omega v} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{16-0}{4-3} r/s^2 = 16r/s^2$$

Και από τη σχέση (2) παίρνουμε:

$$\lambda = \frac{T}{MR \cdot a_{\gamma \omega v}} = \frac{40}{10 \cdot 0,5 \cdot 16} = \frac{1}{2}$$

iii) Για  $t > 4s$ , για τη μεταφορική κίνηση του στερεού έχουμε από το 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα:

$$F - T = M \cdot a_{cm} \quad (3)$$

Αντίστοιχα για την στροφική κίνηση (δουλεύουμε με μέτρα):

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma \omega v} \rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \alpha_{\gamma \omega v} \rightarrow T = \frac{1}{2} MR \cdot \alpha_{\gamma \omega v}$$

Αλλά επειδή το στερεό κυλιέται  $a_{cm} = \alpha_{\gamma \omega v} \cdot R$ , οπότε  $T = \frac{1}{2} M \cdot a_{cm} \quad (4)$

Με πρόσθεση των (3) και (4) παίρνουμε  $F = \frac{3}{2} M \cdot a_{cm} \quad (5)$

Με διαίρεση των (4) και (5) παίρνουμε:

$$\frac{T}{F} = \frac{1}{3} \rightarrow T = \frac{1}{3} F = 10N$$