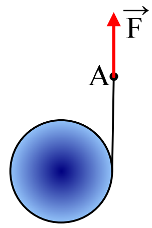
Γιο-γιο και μεταβλητή δύναμη.



Γύρω από ένα μικρό κύλινδρο μάζας 50g και ακτίνας R=0,1m έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο Α του νήματος μια κατακόρυφη δύναμη F, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί. Η δύναμη μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση F= 0,2+0,2t (μονάδες στο S.I.). Αν η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I= ½ m·R^2 και g=10m/s^2, ζητούνται:

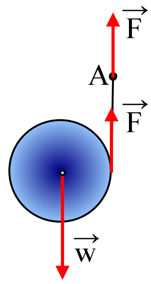
i) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι t=4s:

α) της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

β) της γωνιακής του επιτάχυνσης.

ii) Οι ρυθμοί μεταβολής της μεταφορικής και της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=4s.

Απάντηση:



i) Η δύναμη F μεταφέρεται μέσω του νήματος και τελικά ασκείται στον κύλινδρο εφαπτομενικά, όπως στο σχήμα.

α) Για τη μεταφορική κίνηση, με θετική φορά προς τα πάνω, έχουμε από το 2^o νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = m\cdot\alpha_{cm} \rightarrow F - mg = m\cdot\alpha_{cm} \text{ ή}$$

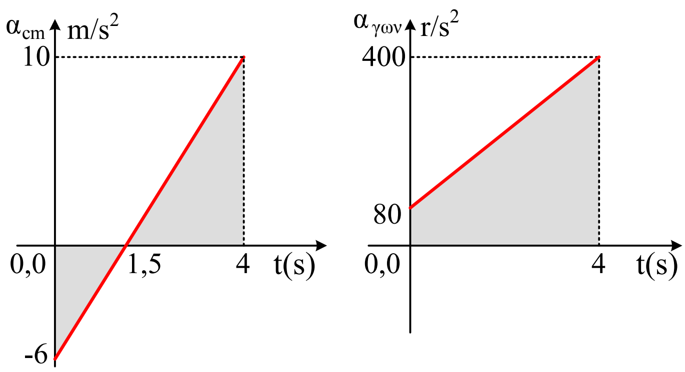
$$a_{cm} = \frac{F-mg}{m} = \frac{0{,}2+0{,}2t-0{,}5}{0{,}05} = -6+4t \quad \text{(μονάδες στο S.I.)}$$

β) Αντίστοιχα για την περιστροφική κίνηση παίρνουμε (θετική φορά η αντίθετη από τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού):

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow F\cdot R = \tfrac{1}{2}\, m\cdot R^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ ή}$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{2F}{mR} = \frac{2\cdot(0{,}2+0{,}2t)}{0{,}05\cdot 0{,}1} = 80+80t \quad \text{(μονάδες στο S.I.)}$$

Οπότε οι γραφικές παραστάσεις είναι οι παρακάτω.



ii) Στο διάγραμμα α_{cm}-t τα γκρι εμβαδά μας δίνουν τη μεταβολή της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου:

$$\Delta\upsilon = \upsilon_4 - \upsilon_0 = \upsilon_4 = \tfrac{1}{2}\,(-6)\cdot 1{,}5\text{m} + \tfrac{1}{2}\, 2{,}5\cdot 10\text{m} = 8\text{m/s}$$

Ενώ στο διπλανό διάγραμμα το αντίστοιχο εμβαδόν μας δίνει τη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας:

$$\Delta\omega = \omega_4 - \omega_0 = \omega_4 = \frac{80+400}{2} 4\, r/s = 960\, r/s$$

Η μεταβολή της μεταφορικής κινητικής ενέργειας οφείλεται στο έργο των ασκουμένων δυνάμεων, οπότε:

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau} = (\Sigma \mathrm{F}) \cdot \upsilon_{\mathrm{cm}} \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau} = (1-0{,}5) \cdot 8 J/s = 4 J/s$$

Εξάλλου η μεταβολή της περιστροφικής κινητικής ενέργειας οφείλεται στο έργο των ασκουμένων ροπών, οπότε:

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\pi\varepsilon\rho} = \Sigma\tau \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha = FR \cdot \omega$$

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\pi\varepsilon\rho} = 1 \cdot 0{,}1 \cdot 960 J/s = 96\ \ J/s$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης