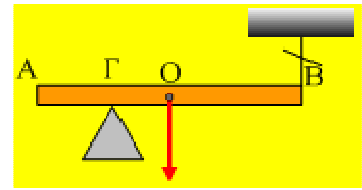


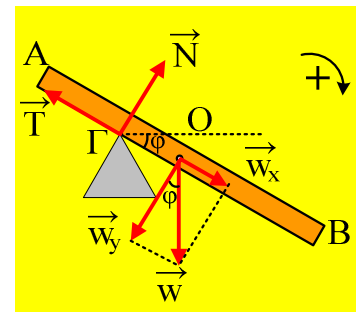
Πότε θα γλιστρήσει η ράβδος;

Η λεπτή ράβδος AB του σχήματος, μήκους ℓ , ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα, στηριζόμενη σε τρίποδο στο σημείο Γ, όπου $(AG) = \frac{1}{4}\ell$ και δεμένη με κατακόρυφο νήμα. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ τρίποδου και ράβδου είναι $\mu = \mu_s = 0,65$. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Ποια γωνία σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση, τη στιγμή που θα γλιστρήσει; Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12} M \ell^2$.



Απάντηση:

Έστω ότι τη στιγμή που η ράβδος είναι έτοιμη να ολισθήσει, βρίσκεται στη θέση του διπλανού σχήματος, σχηματίζοντας γωνία φ με την οριζόντια θέση. Μέχρι τη θέση αυτή το σημείο Γ είναι σταθερό, συνεπώς η κίνηση της ράβδου είναι στροφική, γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο Γ. Στη θέση αυτή η ασκούμενη τριβή παίρνει την μέγιστη δυνατή στατική τριβή, την οριακή τριβή $T_{op} = \mu_s \cdot N$.



Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση της ράβδου, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο Γ, για την θέση αυτή παίρνουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow W_y \cdot (OG) = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$$

Αλλά $w_y = Mg \cdot \sigma\nu\varphi$ και από το θεώρημα Steiner $I = I_{cm} + Md^2$ ή $I_{cm} = \frac{1}{12} M \ell^2 + M \left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{7}{48} M \ell^2 \rightarrow$

$$Mg \cdot \sigma\nu\varphi \cdot \frac{\ell}{4} = \frac{7}{48} M \ell^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow 12g \cdot \sigma\nu\varphi = 7\ell \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (1)$$

Παίρνουμε τώρα το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το κέντρο μάζας της ράβδου και έχουμε:

$$\Sigma F_y = M a_y \rightarrow w_y - N = M a_{cm} \rightarrow Mg \cdot \sigma\nu\varphi - N = M \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \frac{\ell}{4} \rightarrow$$

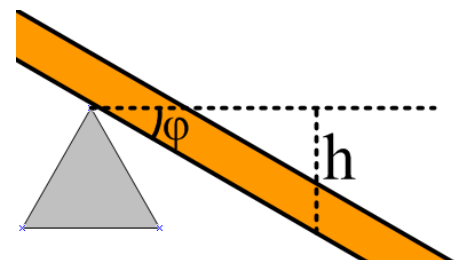
$$\xrightarrow{(1)} N = Mg \cdot \sigma\nu\varphi - \frac{3}{7} Mg \cdot \sigma\nu\varphi = \frac{4}{7} Mg \cdot \sigma\nu\varphi \quad (2)$$

$$\Sigma F_x = M \frac{v^2}{R} \rightarrow T - w_x = M \omega^2 \cdot R \rightarrow T = Mg \cdot \eta\mu\varphi + M \omega^2 \frac{\ell}{4} \quad (3)$$

Κατά την κίνηση της ράβδου από την οριζόντια θέση μέχρι την παραπάνω θέση, η μόνη δύναμη που παράγει έργο, είναι το βάρος, συνεπώς η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow$$

$$Mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 \rightarrow Mg \cdot \frac{\ell}{4} \eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{48} M \ell^2 \omega^2 \rightarrow (4)$$



Από τις (3) και (4) παίρνουμε:

$$T = Mg \cdot \eta\mu\varphi + \frac{6}{7} Mg \cdot \eta\mu\varphi = \frac{13}{7} Mg \cdot \eta\mu\varphi$$

$$\text{Αλλά } T = \mu \cdot N \rightarrow \frac{13}{7} Mg \cdot \eta\mu\varphi = \mu \cdot \frac{4}{7} Mg \cdot \sigma\sigma\eta\varphi \rightarrow$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{4\mu}{13} = 0,2$$

Συνεπώς η ράβδος θα γλιστρήσει όταν στραφεί κατά $11,3^\circ$ περίπου, σε σχέση με την οριζόντια θέση της.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης